

京都大学工学研究科高等研究院
第3回 先端流体理工学研究部門 公開セミナー
(2021年3月9日)

アイススケートのブレードと氷の間の潤滑に関する研究：
溶融水膜におけるスクイーズ流れの基礎的特性

吉田英生

京都大学 工学研究科 航空宇宙工学専攻 熱工学研究室

sakura@hideoyoshida.com

<http://www.wattandedison.com>

目次

1. はじめに
2. 本論に先立ち流体力学に関する恩師への感謝
3. ブレードの形状と検討課題の設定
4. ブレードと氷の間の液膜のモデル化
5. ブレードに傾斜がない場合の近似解析
6. ブレードに傾斜がある場合の近似解析
7. おわりに

はじめに 4回生 篠田大二郎君 — アイスホッケー一部主将



Why Is Ice Slippery?

In 1859 Michael Faraday postulated that a thin film of liquid covers the surface of ice—even at temperatures well below freezing. Neglected for nearly a century, the dynamics of ice surfaces has now grown into an active research topic.

Robert Rosenberg

<https://physicstoday.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.2169444>

FEATURES

SKATING ON SLIPPERY ICE

- T.H. Oosterkamp, T. Boudewijn and J.M.J. van Leeuwen – DOI: <https://doi.org/10.1051/epl/2019104>
- LION, Universiteit Leiden, Niels Bohrweg 2 – 2300 RA Leiden – The Netherlands.

Skating has been popular for centuries but is still poorly understood. Is it sufficient that the surface of ice is wet in order to explain why skating is possible for a wide range of temperatures, velocities and types of skates? Or do we need a layer of water formed between skate and ice by the frictional heat? Here we discuss the physics of the water layer and its implications at large velocities as occurring in speed skating.

<https://doi.org/10.1051/epl/2019104>



Canadaのグループによる流体力学モデル

International Journal of Offshore and Polar Engineering (ISSN 1053-5381)
Copyright © by The International Society of Offshore and Polar Engineers
Vol. 23, No. 1, March 2013, pp. 1–8

<http://www.iso-pe.org/publications>

Derivation and New Analysis of a Hydrodynamic Model of Speed Skate Ice Friction

Edward P. Lozowski*

Department of Earth and Atmospheric Sciences, University of Alberta, Edmonton, Alberta, Canada

Krzysztof Szilder

Institute for Aerospace Research, National Research Council of Canada, Ottawa, Ontario, Canada

Sports Eng (2013) 16:239–253

DOI 10.1007/s12283-013-0141-z

ORIGINAL ARTICLE

E. Lozowski (✉)

Professor Emeritus, Department of Earth and Atmospheric Sciences, University of Alberta, Edmonton, AB T6G 2E3, Canada

e-mail: Edward.Lozowski@ualberta.ca

K. Szilder

Aerospace, National Research Council of Canada, Ottawa, ON K1A 0R6, Canada

S. Maw

Physics and Engineering, Mount Royal University, Calgary, AB T3E 6K6, Canada

A model of ice friction for a speed skate blade

Edward Lozowski · Krzysztof Szilder ·
Sean Maw

2. 本論に先立ち流体力学に関する恩師への感謝

流体力学に関する恩師 (1)

故 森康夫先生 (1923–2012)

東工大名誉教授

米国工学アカデミー外国人会員

・東京帝国大学第二工学部

航空機体学科卒業

・谷一郎先生 (岩波全書「流れ学」) の高弟

・Theodore von Kármán (Caltech)

の第一弟子のW. R. Sears教授

(Cornell大学) 研究室にフルブライト基金で留学

・Int. J. Heat & Mass Transfer のEditor

・学部から博士まで6年間の超厳しい指導教授



故 土方邦夫先生 (1943–1997)

東工大教授

・学部から博士まで6年間の豪快

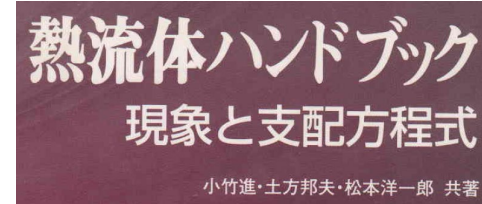
にして優しい指導助手・助教授

・惜しくも早世されたが、広い分野で表現する言葉が

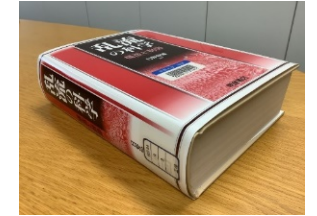
見つからないくらいの実力

・故小竹進先生・松本洋一郎先生らとミクロ系の

伝熱研究を先導



小竹進、土方邦夫、松本洋一郎
「熱流体ハンドブック」丸善、1994



日野幹雄「乱流の科学
構造と制御」朝倉、2020
(1120ページの大著)

日野幹雄先生 (1932–)

東工大名誉教授

・「流体力学」・「スペクトル解析」・「境界値

問題の解法」の教科書により、流体力学の基礎骨格
を形成いただく



故 鈴木健二郎先生 (1940–2007)

京大名誉教授

・Imperial College 系の乱流モデル

・ Int. J. Heat & Mass Transfer の

Editor やInt. Centre for Heat & Mass Transfer

理事会議長など、国際機関での貢献



流体力学に関する恩師 (2) + 思い出の論文

故 長野靖尚先生 (1943–2015)

名工大名誉教授

- ・精巧な熱線風速計による乱流伝熱 (乱流熱流束) の信頼性の高い測定
- ・乱流モデルに関する精緻な理論研究

故 笠木伸英先生 (1947–2015)

東大名誉教授

- ・PTVによる精密な壁乱流計測ほか 乱流の広い分野での貢献
- ・第15回国際伝熱会議 (京都) を組織委員長・実行委員長として開催



日本機械学会論文集(B編)
53巻488号(昭62-4)

論文 No. 86-0555 A

乱流内部構造の制御による伝熱促進に関する基礎的研究*

〔質問〕 長野靖尚〔名古屋工業大学工学部〕

実験のねらいがはっきりした乱流の基礎研究として興味深く拝読した。

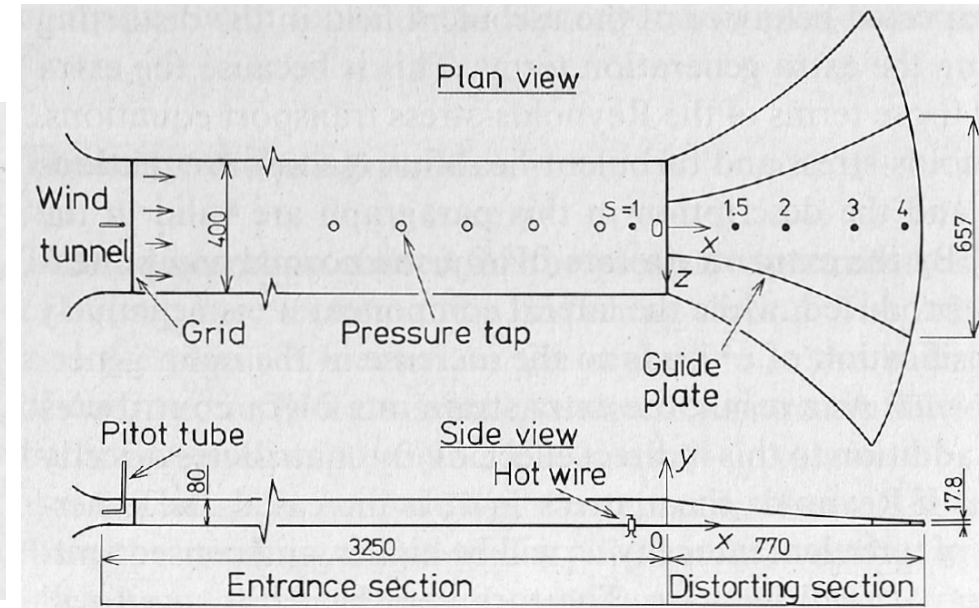
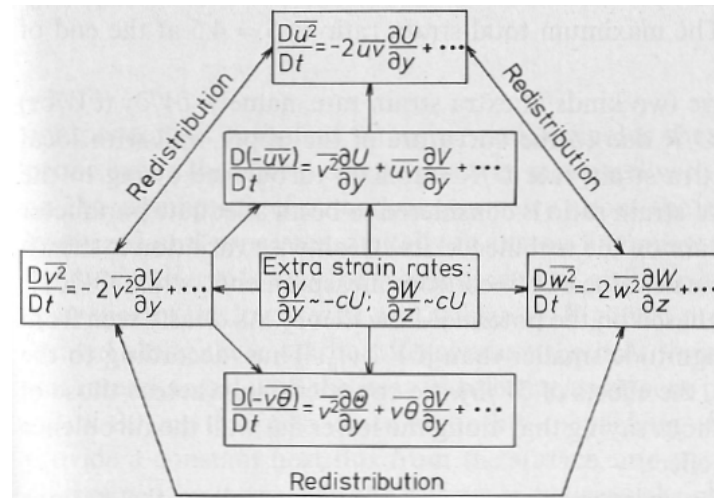
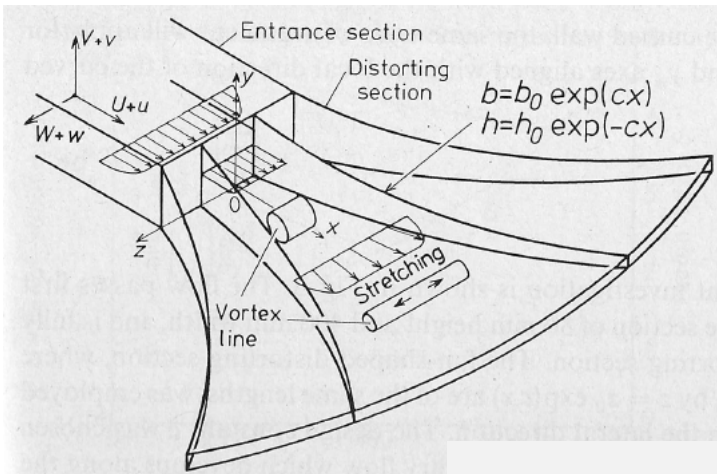
〔質問〕 笠木伸英〔東京大学工学部〕

斬新な着想に基づいて興味深い実験が行われたことに敬意を表す。



The effect of lateral divergence on the structure of a turbulent channel flow and its heat transfer by H. Yoshida et al. Turbulent Shear Flows 6

Selected Papers from the Sixth International Symposium on Turbulent Shear Flows, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, September 7–9, 1987

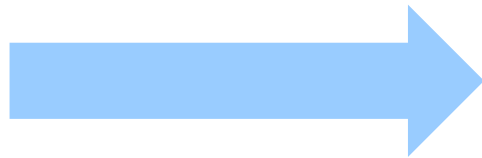


3. ブレードの形状と検討課題の設定

ブレードの形状と寸法



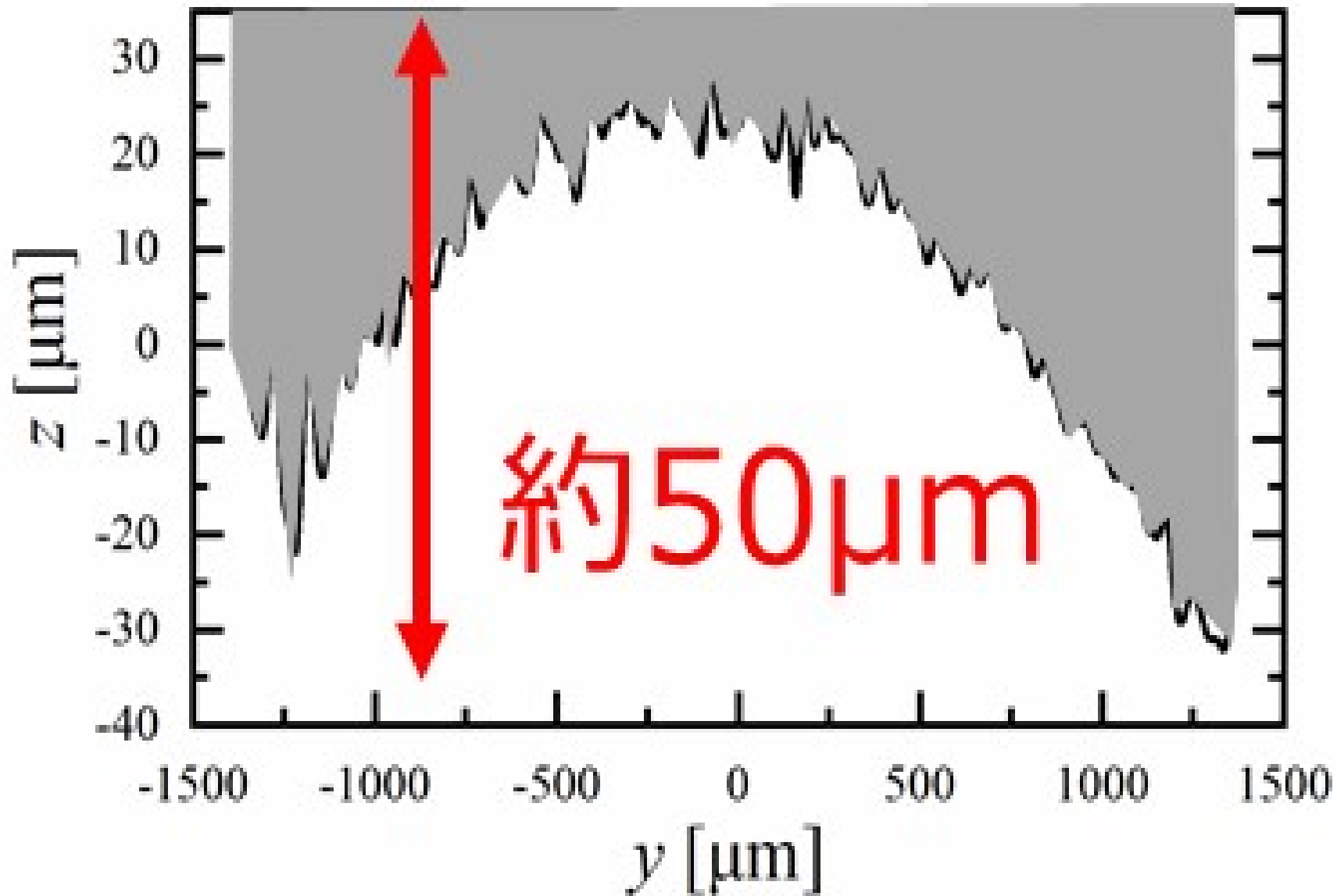
進行方向



曲率一定部分：約 200 mm
曲率半径：約 2500 mm

幅：約 2.8 mm

ブレード断面形状 (幅 2.8 mm)



専門業者による研磨

断面形状

長手方向どこでも
ほぼ一定

平均勾配

50 μm /1400 μm

$\doteq 1/30 \doteq 2^\circ$

→

端部のエッジ角: 88°
(僅かに鋭角)

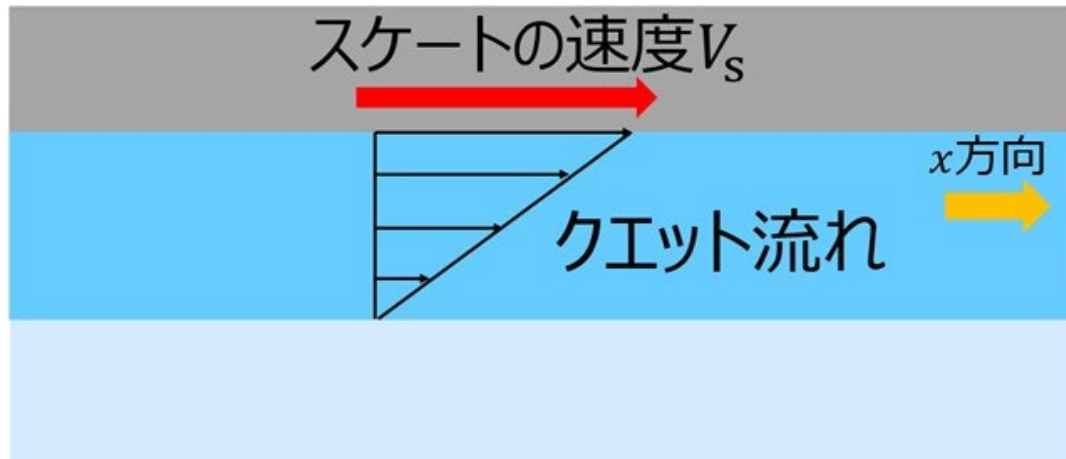
4. ブレードと氷の間の液膜のモデル化

進行方向：クエット流れ

横方向：スクイーズ流れ

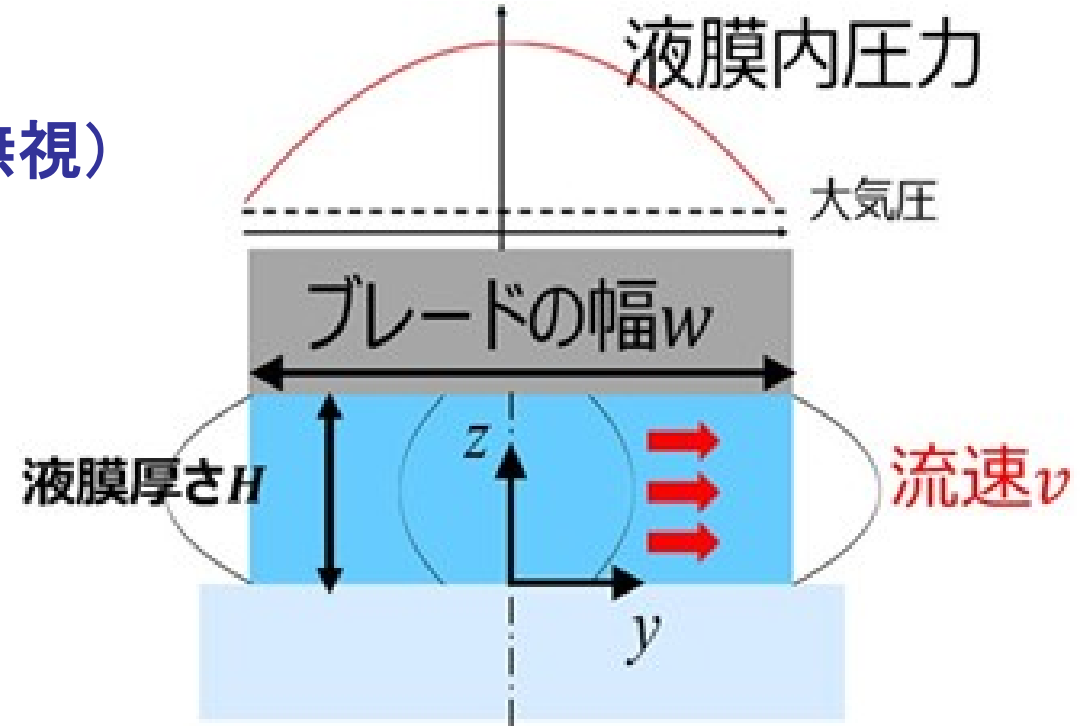
ブレードが水平(スケーターが直立)で慣性で滑っているような状況を想定

(ただし、融解と流れとの時間的・空間的な矛盾は無視)



主流

スケーターの質量とスピードに見合う摩擦仕事により氷の融解量を与える



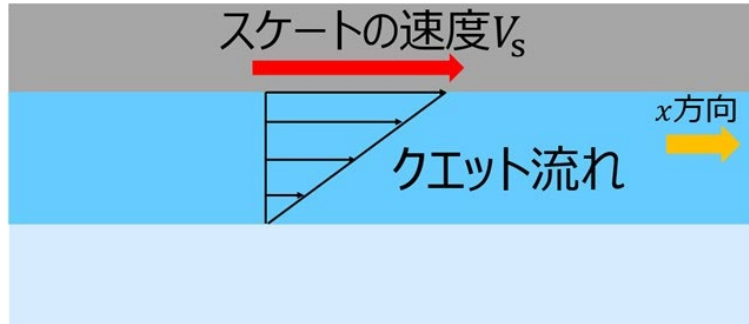
二次流れ

水を左右に排出して定常状態を保ち、液膜厚さの時間変化はない
擬似的なスクイーズ流れ
(squeeze=絞る、押しつぶす)

5. ブレードに傾斜がない場合の近似解析

粘性摩擦による熱発生 → 水発生

粘性摩擦による発熱項



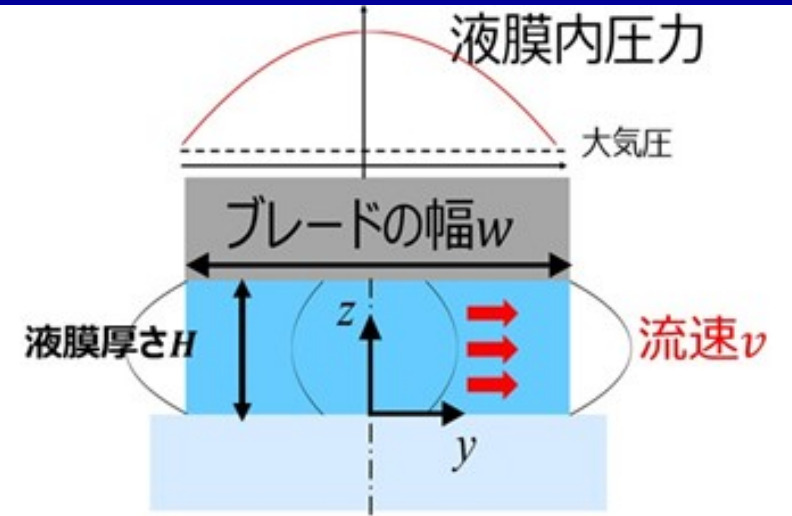
$$\Phi = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = \mu \left(\frac{V_s}{H} \right)^2$$

μ : 粘性係数
 z : 鉛直方向座標

連続の式における湧き出し項

$$S_0 = \frac{\Phi}{\rho l_f} = \frac{\mu}{\rho l_f} \left(\frac{V_s}{H} \right)^2$$

ρ : 密度
 l_f : 融解潜熱



$V_0(y)$: 断面平均速度

横方向の連続の式

$$\frac{dV_0(y)}{dy} = S_0$$

$$V_0(y) = \int_0^y dV_0 = \int_0^y S_0 dy = S_0 y$$

$$V_0 \left(\frac{w}{2} \right) = \frac{w}{2} S_0$$

運動方程式

ゆえに

$$\frac{dp(y)}{dy} = -\frac{12\mu V_0(y)}{H^2} = -\frac{12\mu V_s^2}{\rho l_f H^4} y$$

y で積分すると

$$p(y) = \frac{6\mu V_s^2}{\rho l_f H^4} \left(\frac{w^2}{4} - y^2 \right)$$

スケーターの体重と
圧力分布の釣り合い

$$mg = 2l \int_0^{w/2} p(y) dy$$

$$H = \left(\frac{\mu^2 V_s^2 l w^3}{mg \rho l_f} \right)^{1/4}$$

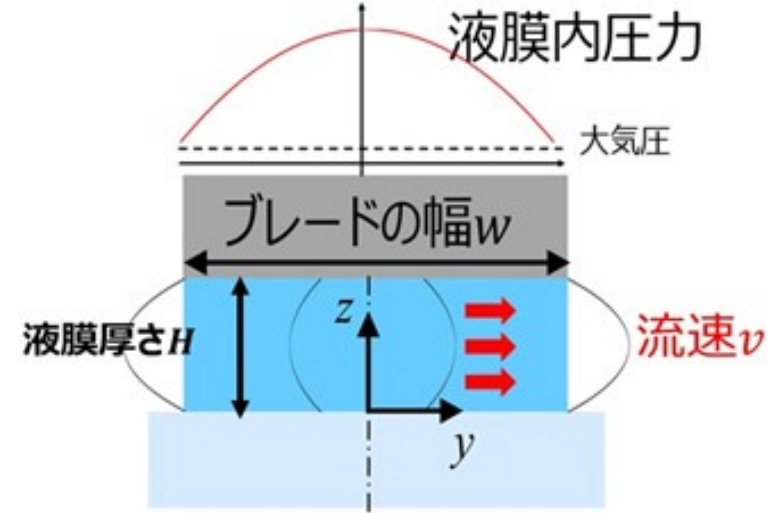
$$p(y) = \frac{6mg}{w^3 l} \left(\frac{w^2}{4} - y^2 \right)$$

摩擦力

$$F_0 = wl \cdot \mu \frac{V_s}{H} = \left(mgwl^3 \mu^2 \rho l_f V_s^2 \right)^{1/4}$$

摩擦係数

$$\frac{F_0}{mg} = \frac{\left(mgwl^3 \mu^2 \rho l_f V_s^2 \right)^{1/4}}{mg}$$



対流項は無視 (fully developedと同形)

$$\frac{dp(y)}{dy} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad v(y, z): \text{局所速度}$$

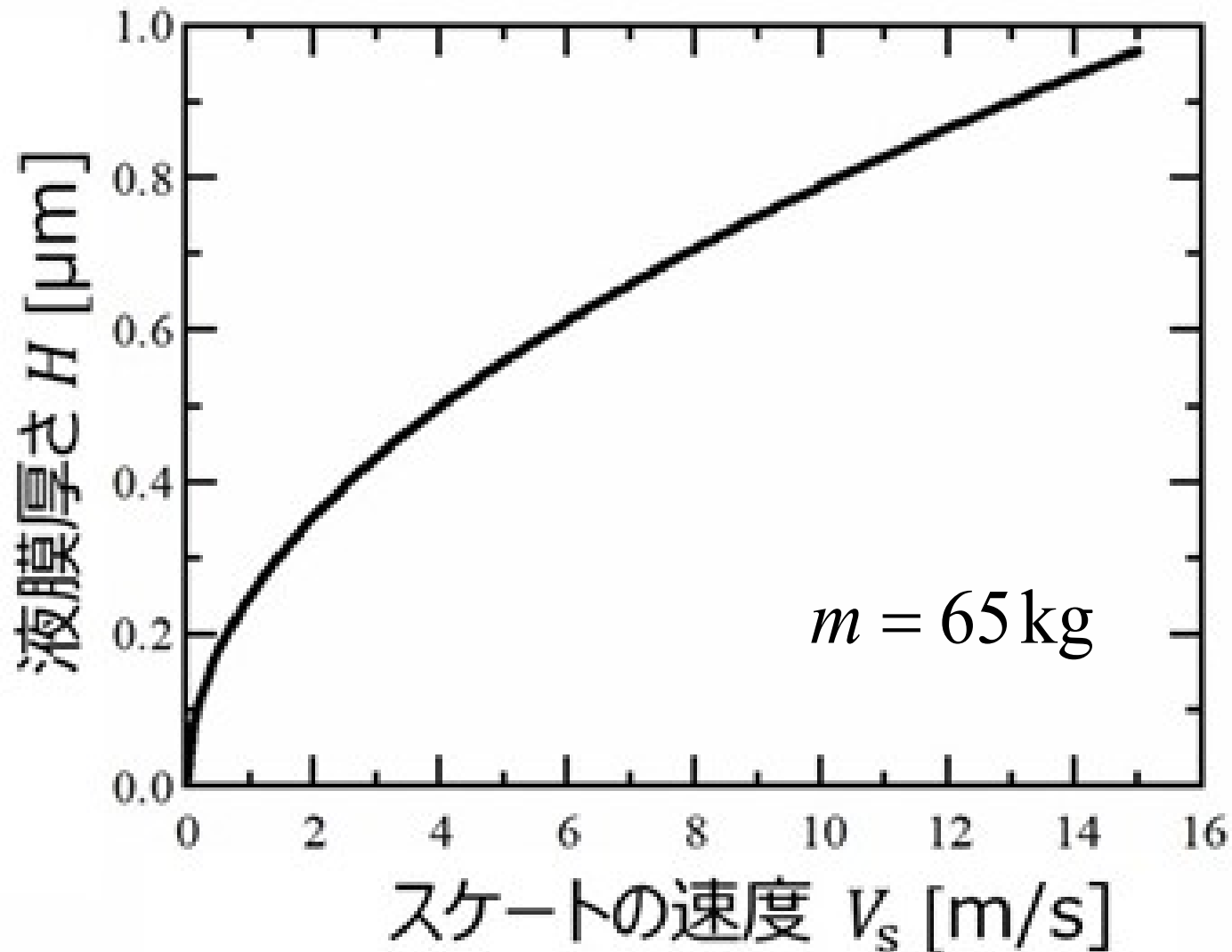
y 断面内速度分布

$$v(y, z) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp(y)}{dy} (z^2 - zH)$$

y 断面内平均速度

$$V_0(y) = \frac{1}{H} \int_0^H v dz = -\frac{H^2}{12\mu} \frac{dp(y)}{dy}$$

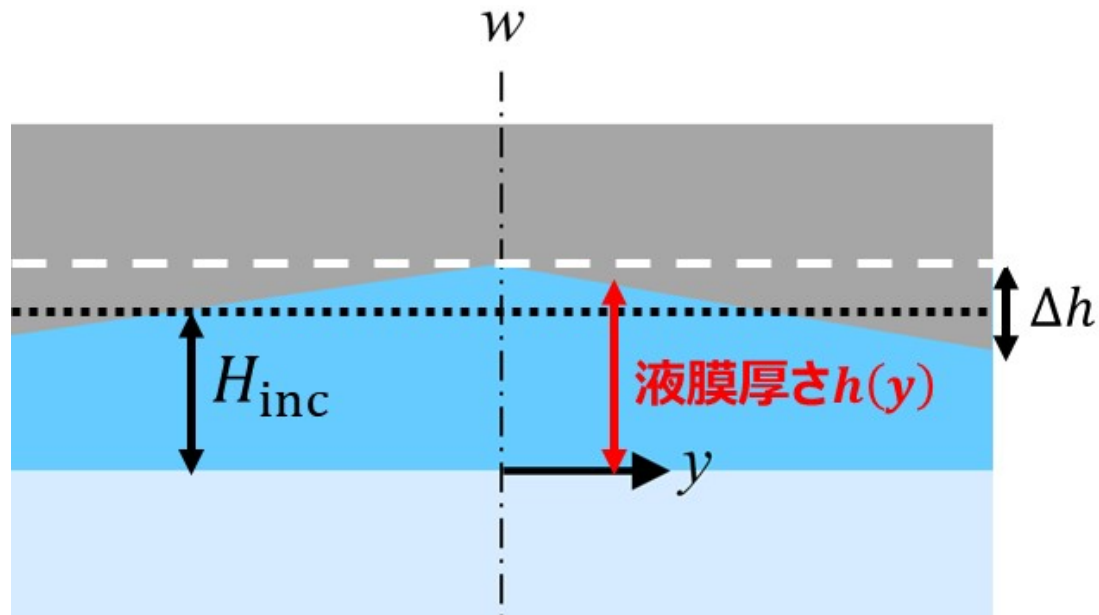
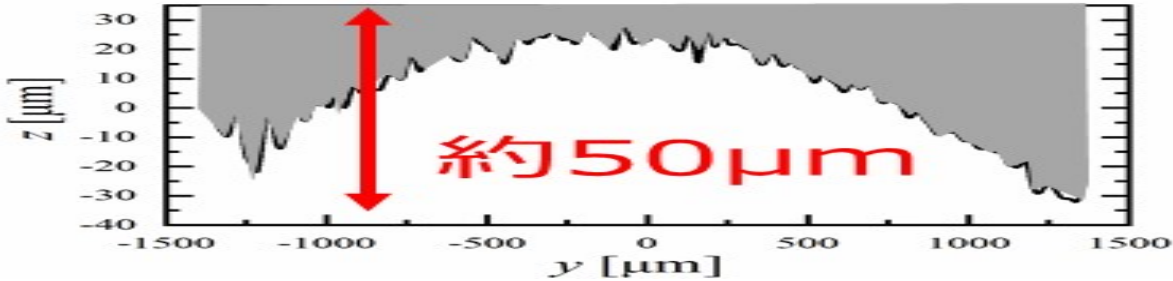
スケートの速度と液膜厚さ



$$H = \left(\frac{\mu^2 V_S^2 l w^3}{m g \rho l_f} \right)^{1/4} \propto V_S^{1/2}$$

6. ブレードに傾斜がある場合の近似解析

ブレードの傾斜



直線近似

$$h(y) = H_{\text{inc}} - \frac{1}{2} \frac{y - w/4}{w/4} \Delta h = H_{\text{inc}} - \left(\frac{2}{w} y - \frac{1}{2} \right) \Delta h$$

Δh : 傾斜の深さ

H_{inc} : 平均液膜厚さ

x 方向クエット流れによる粘性摩擦(水発生)は
 $h(y)$ の変化に対応して変化

$$S(y) = \frac{\mu}{\rho l_f} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = \frac{\mu}{\rho l_f} \left(\frac{V_s}{h(y)} \right)^2 \propto \frac{1}{h(y)^2}$$

連続の式と運動方程式

連続の式

$$\begin{aligned} \frac{d[V(y) \cdot h(y)]}{dy} &= S(y) \cdot h(y) \\ &= \frac{\mu}{\rho l_f} \left(\frac{V_s}{h(y)} \right)^2 \cdot h(y) = \frac{\mu V_s^2}{\rho l_f} \cdot \frac{1}{h(y)} = \frac{\mu V_s^2}{\rho l_f} \cdot \frac{1}{H_{\text{inc}} - \left(\frac{2}{w} y - \frac{1}{2} \right) \Delta h} \end{aligned}$$

yで積分すると

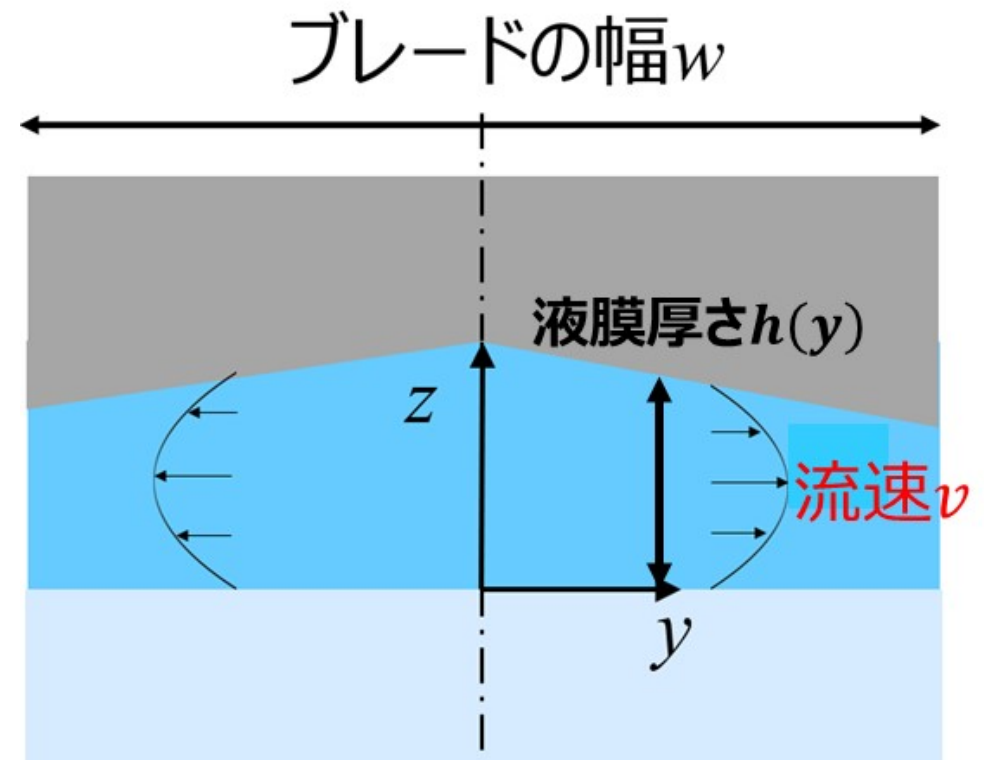
$$V(y) \cdot h(y) = -\frac{\mu w V_s^2}{2 \rho l_f \Delta h} \left(\log \left| y - \frac{w H_{\text{inc}}}{2 \Delta h} - \frac{w}{4} \right| - \log \left| -\frac{w H_{\text{inc}}}{2 \Delta h} - \frac{w}{4} \right| \right)$$

これを運動方程式

$$\frac{dp(y)}{dy} = -\frac{12 \mu V(y)}{h(y)^2}$$

の右辺に代入して、yで積分すると

$$\frac{dp(y)}{dy} = \frac{6 \mu^2 w V_s^2}{\rho l_f \Delta h \left[H_{\text{inc}} - \left(\frac{2}{w} y - \frac{1}{2} \right) \Delta h \right]^3} \times \left(\log \left| y - \frac{w H_{\text{inc}}}{2 \Delta h} - \frac{w}{4} \right| - \log \left| -\frac{w H_{\text{inc}}}{2 \Delta h} - \frac{w}{4} \right| \right)$$



圧力分布と釣り合うスケーターの質量

得られた圧力分布と釣り合うスケーターの質量は？

(次式を数値積分)

$$mg = 2l \int_0^{w/2} p(y) dy = 2l \int_0^{w/2} \frac{6\mu^2 w V_S^2}{\rho l_f \Delta h \left[H_{\text{inc}} - \left(\frac{2}{w} y - \frac{1}{2} \right) \Delta h \right]^3} \times \left(\log \left| y - \frac{w H_{\text{inc}}}{2\Delta h} - \frac{w}{4} \right| - \log \left| -\frac{w H_{\text{inc}}}{2\Delta h} - \frac{w}{4} \right| \right) dy$$

ある V_S において

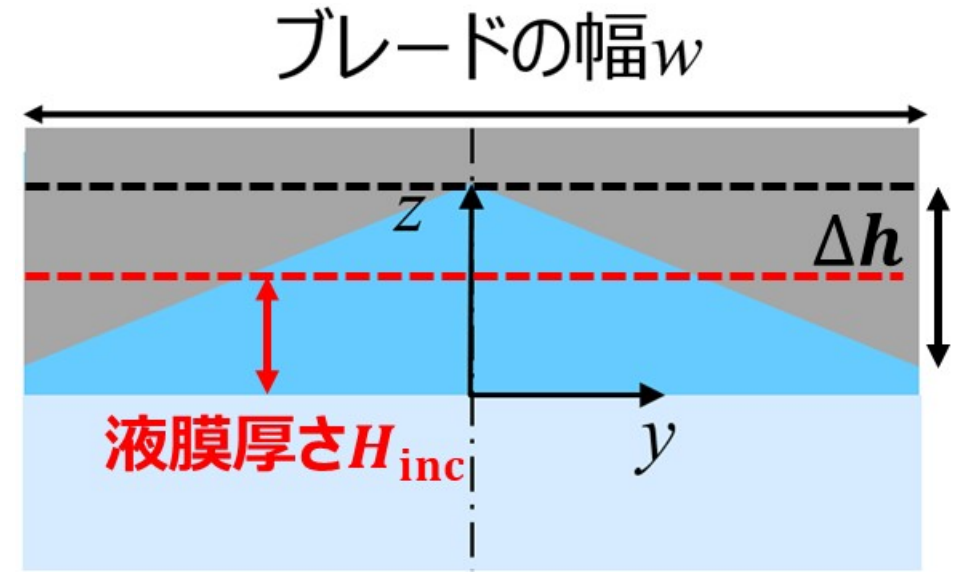
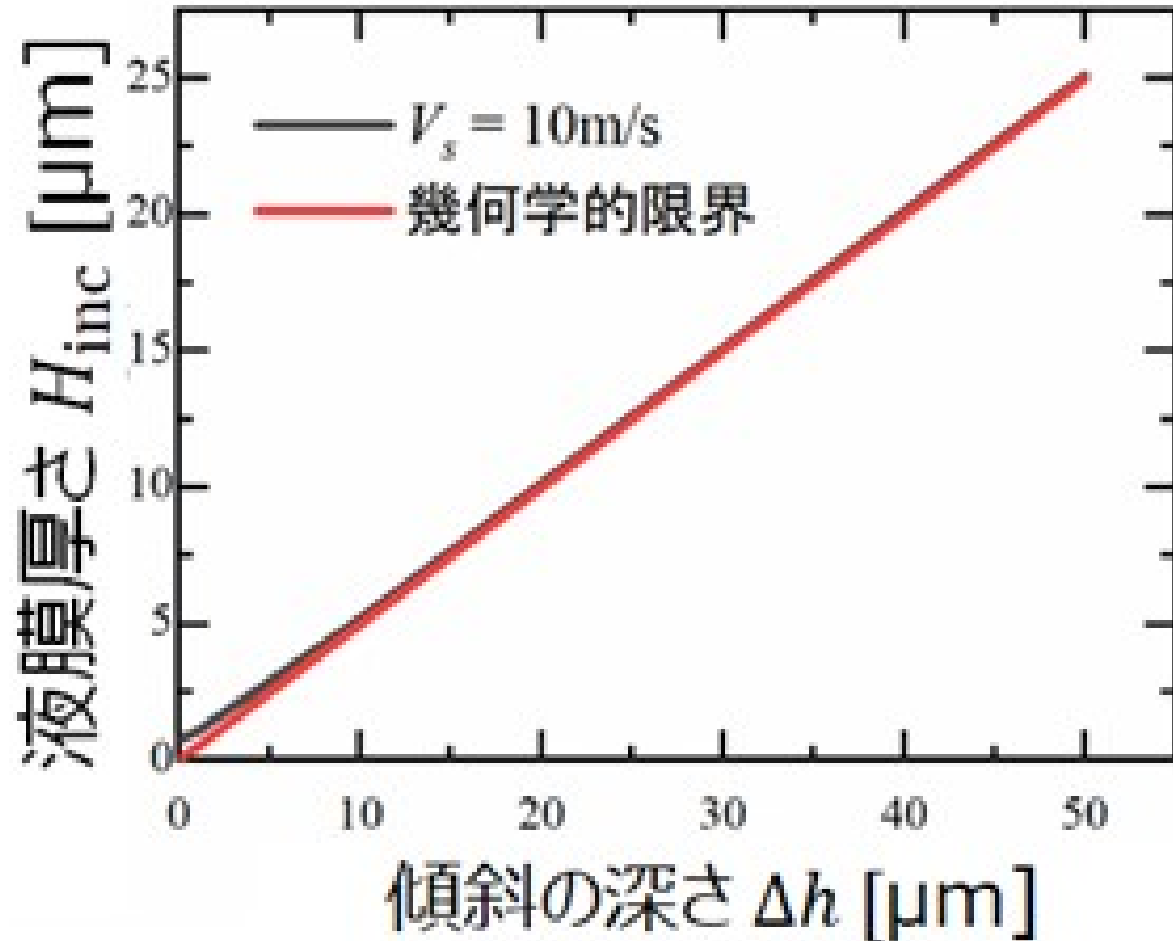
傾斜がない場合

m を与えると、陽に $H(m)$ が求まる

傾斜がある場合

$m(H_{\text{inc}})$ を、種々の H_{inc} について求め、
そこから内挿して逆に、 $H_{\text{inc}}(m)$ を求める

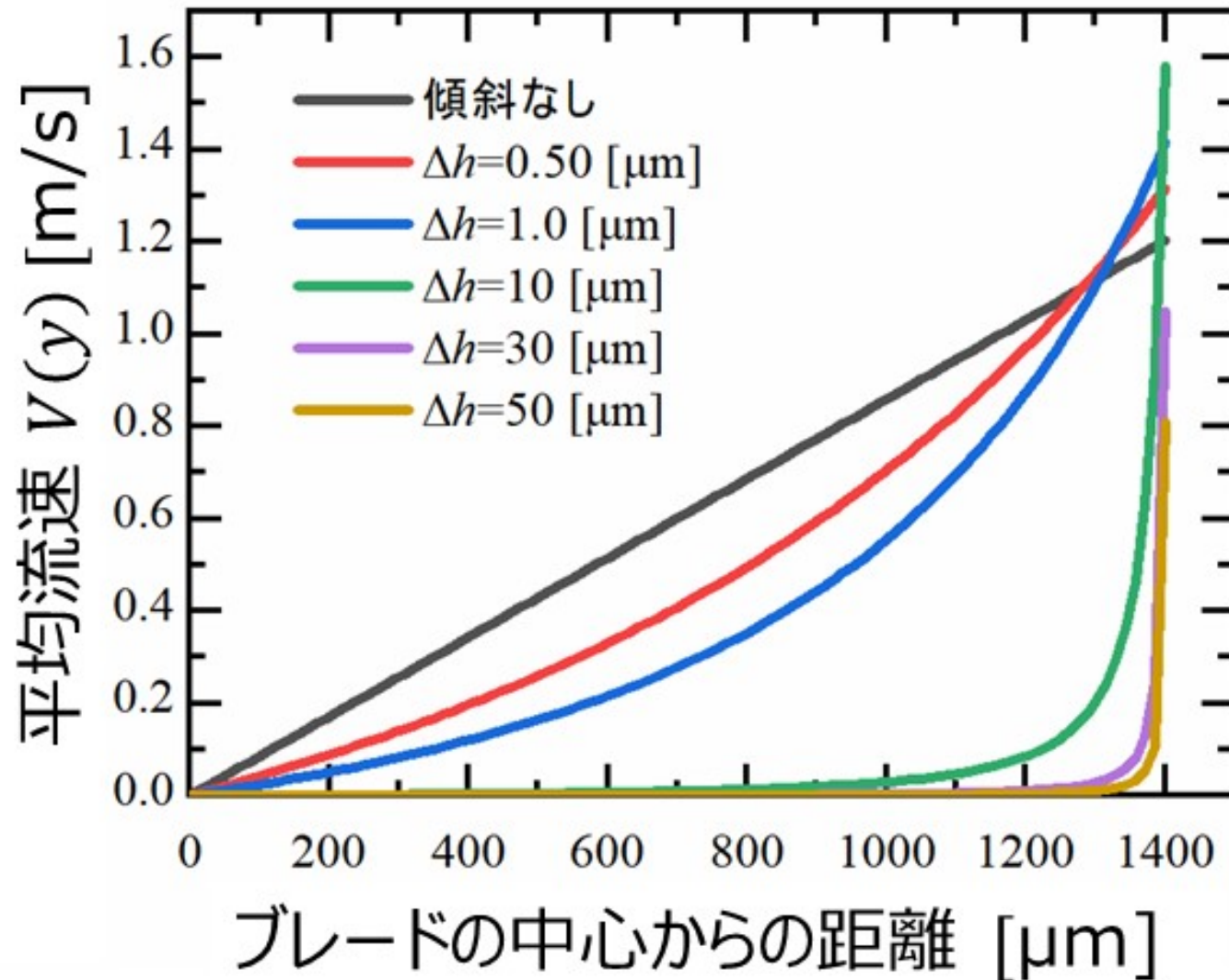
傾斜の深さと液膜厚さ



幾何学的に、
平均液膜厚さは傾斜の深さの半分以上である
ことが必須

平均液膜厚さが傾斜深さの半分にほぼ等しい
→ ブレード端部での液膜厚さが極めて薄い

スクイーズ流れの断面平均速度



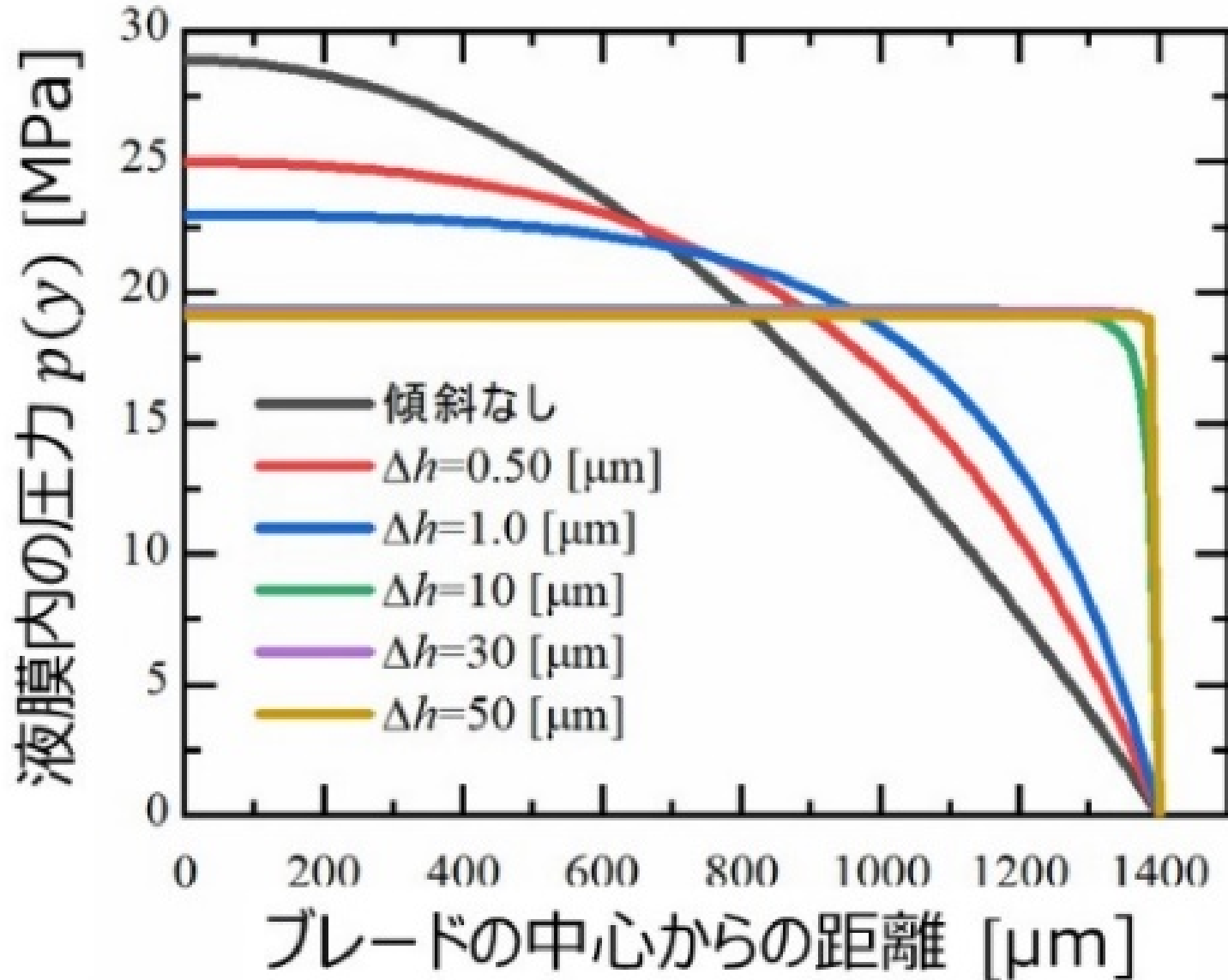
傾斜がない場合は線形加速

→

端部で1m/s程度なので、
進行方向クエット流れ(V_s)による
摩擦仕事に比べれば無視できる
ことが確認できた

傾斜の深さが増すほど
端部で非線形急加速

傾斜の深さと圧力分布

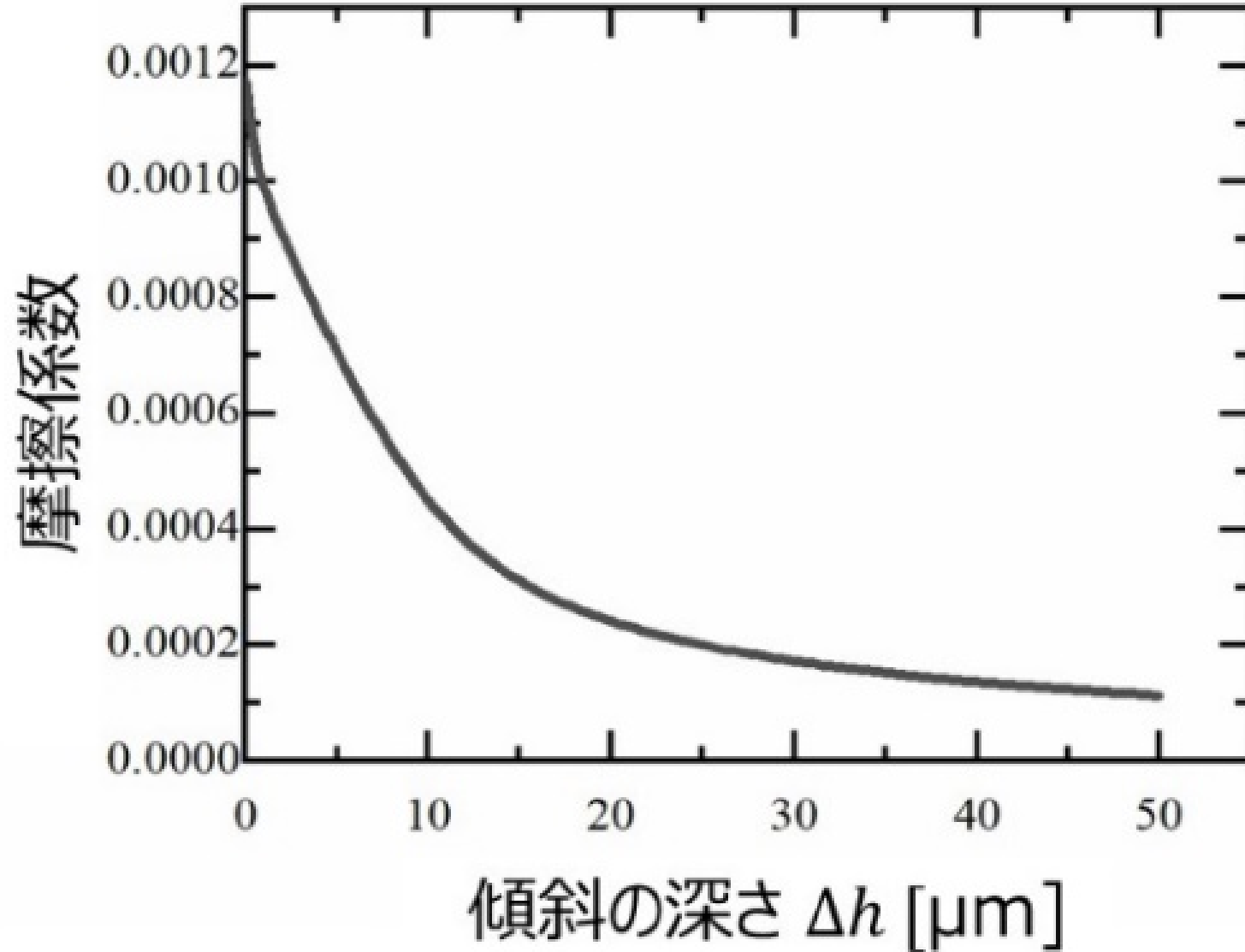


各圧力分布の面積は
スケーターの質量に比例するので
すべて等しい

傾斜がない場合は放物線状

傾斜の深さが増すほど
端部で急激な圧力勾配

傾斜の深さと摩擦係数



傾斜の深さが増加
→
摩擦係数が減少

7. おわりに

- 種々あるアイススケートの滑走の中でも、最も簡単な場合を対象に、モデル化を行った。
- モデルは極めて簡単なものではあったが、アイススケートの潤滑に関する基礎的特性を理解する第一歩とはなった。
- とりわけ、単にエッジでのひっかかりを効かすためと考えていたブレード断面の僅かな傾斜（鋭角のエッジ）が、摩擦係数の低減に効いていることが確認できた。

以下のファイルの掲載ページ

- ・ この論文のファイル
- ・ このスライドのファイル

<http://www.wattandedison.com/lecture.html>

<http://www.wattandedison.com/KU-FM-2021.pdf>

<http://www.wattandedison.com/KU-FM-2021-slide.pdf>