

機械系大学院生の熱流体力学についての関心と知識と理解

— 簡単なアンケートの結果から見える一側面 —

航空宇宙工学専攻 熱工学研究室 吉田英生
e-mail: sakura@hideoyoshida.com

1. はじめに

機械系3専攻の大学院1年生を対象に、「熱物理工学」という基盤科目を担当しています。機械理工学専攻 熱物理工学研究室の松本充弘さんとの7回ずつの分担で、松本さん（前半）はミクロな熱に関係する計算物理学的なテーマを体系的に7回です。一方、筆者（後半）は主にマクロな熱流体力学とエネルギーに重点をおき、「大気と海洋の科学」4回、「水素エネルギーの科学と工学」1回、「原子力エネルギーの科学と工学」1回、あとトピックス的に「アポロ計画をふりかえる」(2016年度の工学研究科「知のひらめき」のために準備したもの)を1回という構成です。筆者の7回分は「雑多な寄せ集めじゃないか」という批判があることは承知の上で、学部の講義ではカバーできていない内容で、機械系の大学院を卒業して社会に出たときに基礎的な知識として理解しておいてほしいこと、また各自のPC中にテキスト(PDFファイル)を保存しておいて、必要に応じて見直し、さらなる勉強をしてほしいという願いをこめて講義を組み立てています。

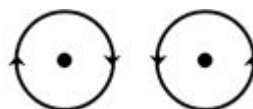
7回のうち4回を充てる「大気と海洋の科学」は筆者の研究対象ではなく専門と言えるものではありませんが、30代なかごろに大学院生用に講義を立ち上げる際、熱と流体が複雑にからみあった究極の系が地球（といっても地表付近）に他ならないので、機械工学者たるもの、せっかく身に着けた4力学の基礎力を大気と海洋の理解にかけることは有益だと考え、以後独学で勉強を続けながら教えてきました。「大気と海洋の科学」は気候モデル理解の基礎でもあり、地球温暖化問題を考えるにも重要です。

本講義が前期の基盤科目に位置付けられていて、松本さんの講義が情“熱”的な演習レポートの連続

ということで人気が高く、3専攻の学生のほとんどが受講するため110名を越えます。母集団が100名を超える場合の統計は再現性にすぐれ信頼できますので、オンラインでのレポート提出と合わせて簡単なアンケートをできるだけ行うようにしています¹。その結果を見ていると、あくまでも一側面ではありますが、熱流体に関する学生の関心・知識・理解のほどを伺い知ることができるように思います。そこで、この流体関係を横断する公開セミナーの機会を利用して報告させていただきます。なお、以下のアンケートの回答者数はどの設問も114名で、結果の円グラフは時計回りに①～③、④、⑤の順です。

2. アンケートの設問と結果

【1】渦の運動（2次元ポテンシャル流れの渦糸） (a) 同強度の渦対（反対方向回転）の挙動



- ①自信をもってわかっていた (24% : 青)
- ②自信をもってはわかっていなかった (75% : 赤)
- ③その他 (1% : 灰)

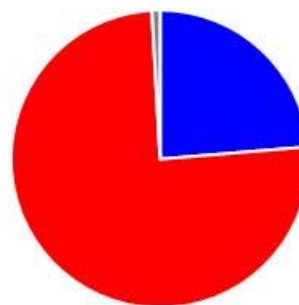
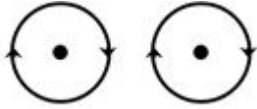


図1 (a) 同強度の渦対（反対方向回転）

¹ 最近の学生は授業中に挙手を求めても、他人の目を意識してか、どの選択肢にも反応しないことが多いように思います。同様の理由からか、自分が結構面白いジョークを言ったと思うときも、笑ってくれることも少ないように思います。

(b) 同強度の渦対 (同方向回転) の挙動



- ①自信をもってわかっていた (22% : 青)
- ②自信をもってはわかっていなかった (78% : 赤)
- ③その他 (0% : 灰)

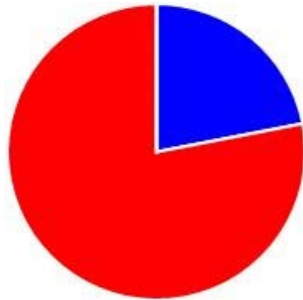


図1 (b) 同強度の渦対 (同方向回転)

(c) 同強度の一直線上の無限渦列の挙動



- ①自信をもってわかっていた (12% : 青)
- ②自信をもってはわかっていなかった (88% : 赤)
- ③その他 (0% : 灰)

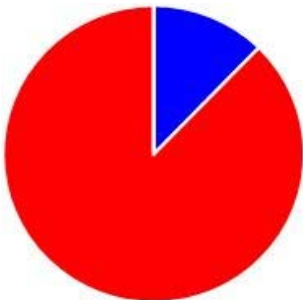


図1 (c) 同強度の無限渦列

■この問題は流体力学の基礎ですので、ほとんどの教科書に解説されています。ポテンシャル流れで考えると、二次元流れにおける渦 (糸) は自分自身を直接に動かすことはできませんが、他の渦は動かします。このことさえ理解していれば、複素速度ポテンシャルの数学操作をするまでもなく直観で解答できる非常に簡単な問題です。なお、(a)は対称面に関して鏡像を考えると等価なので、対称面を固体壁とみなすこともできます (この場合、タイヤが

地面の上で回転するような誤解をしてしまうと運動の向きを間違いがちです)。

アンケート結果は、上記のように、3問とも学部4年生時に大学院入試勉強で復習をしたはずにしては、低い理解度ではないかと思えます。また、具体的にどのような挙動をするかについて解答させることもあります、「くつつく」、「ばらばらになる」、「消える」などの解答が多数を占めることは以前からまったく変わりません。

機械工学で出会う実際的な流れは境界層流れのようなものが多く、渦糸、湧き出し、吸い込みといったポテンシャル流れで扱った流れの出番が少ないのかもしれませんが、非粘性のポテンシャル流れこそ流体の本質を見せてくれるとも思います。機械系のエンジニアとして、複素関数の取り扱いはともかく、流体の特性を直観的に理解するために渦の挙動にもっと注目してほしいと思います。

【2】境界層積分法

- ①語も手法も知っていた (12% : 青)
- ②語は知らなかったが手法は知っていた (11% : 緑)
- ③語は聞いたことがあった (ような気がする) が手法は知らなかった (36% : 黄)
- ④語も手法も知らなかった (40% : 赤)
- ⑤その他 (0% : 灰)



図2 境界層積分法

■この問いは、恩師の一人 故土方邦夫東京工業大学助手 (当時) が「流れと熱の工学II」(共立出版1977) の中で後述のBénard cellの不安定問題を境界層積分法と重み付き残差法的手法で解いた例を、筆者が講義で紹介したついでに学生にたずねたものです。今や層流のNS方程式は数値計算で簡単に解けるので、コンピュータのなかった時代の先人が解析的に何とか解こうとした手法を学ぶ意義は小さくな

ったかもしれません。しかし、局所的には合わないけれどもトータルでまずまず合っているという境界層積分法の概念は、いろんな局面で役にたつことがあるようにも思います。

蛇足ながら、京大の学生（に限らず一般の理系大学生）が1年生から3年生まであまり勉強せず、院試で集中的に勉強して4年間で何とかバランスを取るのも、一種の積分法ではないかと常々思っています。

【3】 Bénard cell

- ① 語も現象も知っていた (4% : 青)
- ② 語は知らなかったが現象は知っていた (13% : 緑)
- ③ 語は聞いたことがあった (ような気がする) が現象は知らなかった (18% : 黄)
- ④ 語も現象も知らなかった (65% : 赤)
- ⑤ その他 (0% : 灰)

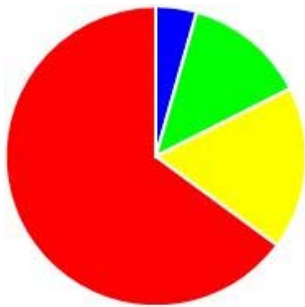


図3 Bénard cell

■ Bénard cellは、自然対流が美しく可視化される現象として伝熱学での重要な話題の一つです。ただし、上面が気液界面の場合と固体面の場合では、表面張力の作用の有無で現象が大きく異なります。付図1に示すように、気液界面の場合は表面張力の温度依存性（通常、温度が高くなると表面張力は弱くなる）のためにマランゴニ対流が重畳し、概ね六角形の渦が生じますが、上面を（熱伝導性に優れたサファイヤ）ガラスで覆うと、周囲の境界条件の影響を受けて同心円状の不安定が生じたりします。（波長は層の深さとの関係で理論的に決まるものの、形状には任意性があります。）

熱いみそ汁を飲むときに、じっくり観察しているなら不規則ながら同様の現象に気付くとも思いますが、最近の学内食堂でよく見かけるように、右手にお箸、左手にスマホを持ちながら食べていては、そのような観察どころではないかもしれません。ま

た、機械系の学生の多くは学部講義「伝熱工学」で学んでいるはずなので、64%が「語も現象も知らなかった」と答えたのは熱流体力学を教えている立場からは残念です。

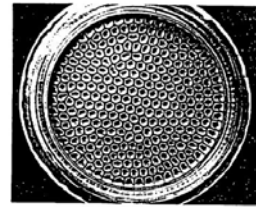


FIG. 2. Bénard cells under an air surface.

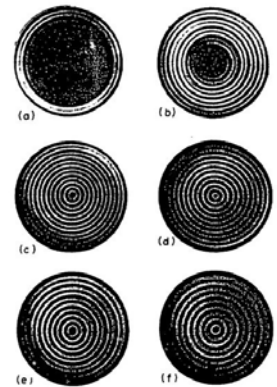
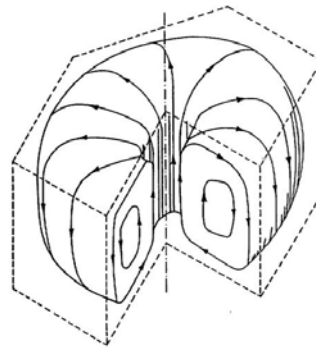


FIG. 3. Developments of concentric rolls under the sapphire lid and increase of wavelength with supercritical Rayleigh number: (a) Three rolls adjacent to circular wall, $R = 0.95 R_c$, (b) Eleven concentric rolls, $R = 0.95 R_c$, (c) Thirteen circular rolls, $R = 1.3 R_c$, (d) Twelve concentric rolls with shrinking center roll, $R = 2.2 R_c$, (e) Eleven concentric rolls just after the disappearance of the twelfth ring, $R = 3.4 R_c$, (f) Ten circular concentric rolls, $R = 6 R_c$.



付図1 E.L. Koschmieder and S.G. Pallas, Heat transfer through a shallow, horizontal convecting fluid layer, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 19, pp. 991-1002, 1974.

【4】 Rossby数

- ① 語も意味も理解していた (5% : 青)
- ② 語は知らなかったが、回転をとまなう流れでは慣性力とコリオリ力の比が重要であることは理解していた (16% : 緑)
- ③ 意味は理解していなかったが、語は知っていた (14% : 黄)
- ④ 語も意味も全く知らなかった (65% : 赤)
- ⑤ その他 (0% : 灰)



図4 ロスビー数

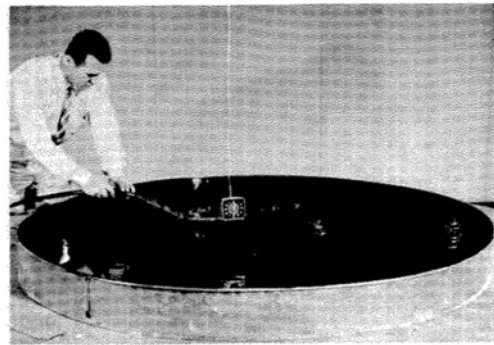
■ 付図2に示した気象力学の巨人Rossbyの名とその無次元数はReynolds数やPrandtl数と同様に知ってい

てほしいという気もしますが、やはりあまり馴染みがないようです。総じて、この問いの結果はBénard cellに関する回答と相関があるように見えます。

物理をいくぶんかじった人たちの間で、「北半球では渦は反時計回りになる」と言われることがありますが、その原因とされるCoriolis力は、われわれが日常的に感じる事が無いように、通常は無視できます。その理由は自明で、地球の自転の角速度が $2\pi/86400 [s^{-1}] \sim 10^{-4} [s^{-1}]$ にすぎないからです。

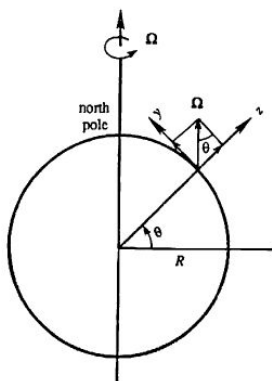
このような角速度では台風クラスの大きさなら必ずCoriolis力の影響を受けて(地表付近で)半時計回りになります。しかし、竜巻クラスならCoriolis力の影響はほとんどないので、時計回りの場合も確率は低いですが起こり得ます。(台風と竜巻では水平方向と鉛直方向のアスペクト比も大きく異なります。)

なお、極めて小さなCoriolis力の効果を実証する実験としてMITのA.H. ShapiroによるVorticity, Part 1 (動画 <http://web.mit.edu/hml/ncfmf.html>) では付図3のような円形水槽中心に小さな穴を開けて静止していた水が徐々に反時計回りに動き出します。



13. A tank six feet in diameter and six inches high, with a drain hole $\frac{3}{8}$ inch in diameter at the center, is filled with water swirling clockwise. It is then covered to minimize motions induced by air currents, by buoyancy, and by impurities on the surface causing non-uniform surface tension, and it is allowed to stand for 24 hours. The flow is started by pulling a plug from the end of a hose, several feet long, attached to the drain. The experiment is carried out at latitude 42° N near Boston, Mass.

付図3 微小なCoriolis力の影響を調べる実験 (<http://web.mit.edu/hml/ncfmf/09VOR.pdf>)

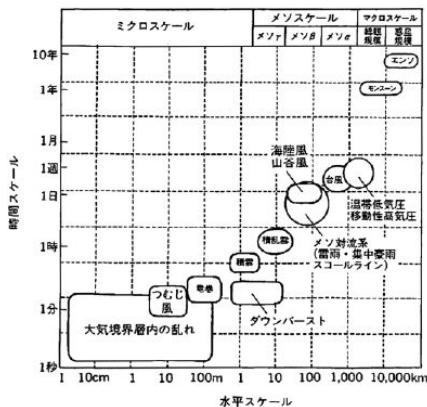


Ro (Rossby) 数

$$Ro \equiv \frac{\text{慣性力}}{\text{Coriolis力}} = \frac{U^2/L}{fU} = \frac{U}{fL}$$

$$f \approx 10^{-4} [s^{-1}]$$

Carl-Gustaf Rossby (1898-1957)



付図2 Rossby数と大気中の諸現象の時空間スケール (「大気と海洋の科学」テキストより)

【5】 Taylor-Proudmanの定理

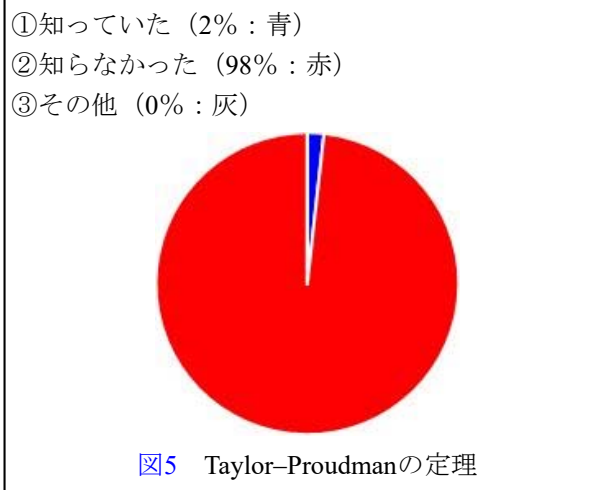


図5 Taylor-Proudmanの定理

■ 回転流体でCoriolis力と圧力勾配が釣り合う場合、付図4のようにTaylor-Proudmanの定理が容易に導かれます。簡単に表現すると回転流体は回転軸方向に金太郎飴状態になるといえます。

ここで恥ずかしながら(幸い公言したことはなかったですが)自分が二重に誤解していた一件を白状させていただきます。それは有名な済州島風下に生じるカルマン渦的な流れの理解です。この現象は本来のカルマン渦とは全く異なって成層流れに起因し、かつこの渦度は惑星渦度よりも数倍大きいため本定理とは無関係であることを新野宏東大名誉教授から教えていただきました (https://www.jamstec.go.jp/hpci-sp/research_results/karman.html 参照)。

Taylor-Proudman Theorem [63]

$$-2\Omega v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (20.1)$$

$$2\Omega u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (20.2)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (20.3)$$

Elimination of p by cross differentiation between the horizontal momentum equations gives

$$2\Omega \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \quad (20.4)$$

Using the continuity equation, this gives

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (20.5)$$

Also, differentiating (20.1) and (20.2) with respect to z , and using (20.3), we get

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (20.6)$$

Equations (20.5) and (20.6) show that

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = 0 \quad (20.7)$$

showing that the velocity vector cannot vary in the direction of Ω . In other words, steady slow motions in a rotating, homogeneous, inviscid fluid are two-dimensional.

付図4 Taylor-Proudmanの定理 (「大気と海洋の科学」テキストより、オリジナルはI.M. Cohen, P.K. Kundu: Fluid Mechanics, 3rd ed., Academic Press, 2004.)

【6】カップ・お茶碗での回転流 (Ekman境界層) におけるお茶葉の挙動

- ①よく理解していた (13% : 青)
- ②この現象に気づいてはいたが、よく理解していなかった (62% : 緑)
- ③そもそも考えたことがなかった (25% : 赤)
- ④その他 (0% : 灰)

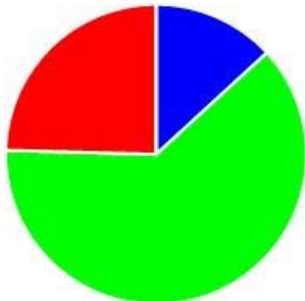
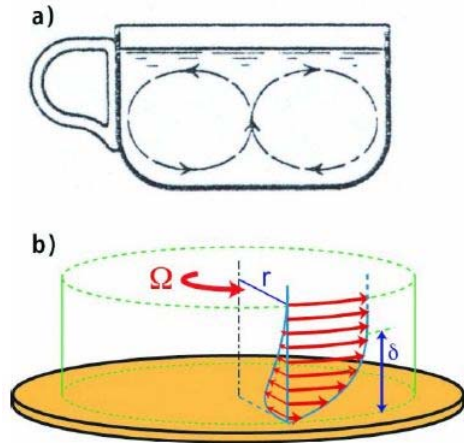


図6 Ekman境界層

■ 付図5に示すスピンドウン (木村竜治、改訂版 流れの科学、東海大学出版会、1985) としても重要なこの現象に、理解の程度はともかく、気付いていた学生の割合が多いことには勇気づけられました。機械工学で問題とする通常の平板境界層とは形態が異なりますが、境界層内の圧力が主流から決まってくるという点では、Falkner-Skan境界層を思い出ししてほしいところです。



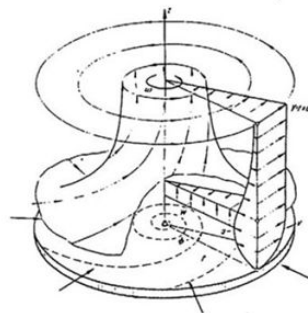
付図5 ティーカップ内でのEkman境界層 <https://www.europysicsnews.org/articles/ePN/abs/2003/03/ePN03306/ePN03306.html>

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (25.1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (25.2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad (25.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (25.4)$$



付図6 回転境界層におけるNS方程式 (「大気と海洋の科学」テキストより、オリジナルは、H. Schlichting, Boundary-Layer Theory)

【7】 天気予報で見る西高東低の気圧配置と北風

- ①地衡風であることを理解していた (14% : 青)
- ②地衡風であることは理解していなかったが不思議には思っていた (29% : 緑)
- ③とくに不思議にも思っていなかった (47% : 赤)
- ④ (留学生などで日本の天気予報に触れることがなく) そもそもこのことを知らなかった (6% : 橙)
- ⑤その他 (4% : 灰)



図7 西高東低の気圧配置と北風

■ 通常、流体は圧力の高い方から低い方に流れます。にもかかわらず天気予報では、等圧線に沿って風が吹くといった解説が当たり前になされます。40%あまりの学生が、本件を理解あるいは不思議に思っていたことは救われる思いです。

この場合の運動方程式は付図7のように表され、通常ではNS方程式のx, y, z方向の各式は、それぞれ各速度成分u, v, wを決定すると理解しがちですが、この場合はタスキ掛けになる特異な場合といえます。なお、この方程式を円運動に拡張して遠心力を考慮すると、周方向速度の2次方程式となって、低気圧 (中心からの圧力勾配が正) の場合は強い渦が許容されますが、高気圧 (中心からの圧力勾配が負) の場合は制約を受けるということもわかります。

地衡風 (geostrophic wind)

地表から離れて表面摩擦がなく、定常の場合、次式が成立する。

$$\begin{aligned}
 -fv &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \\
 fu &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}
 \end{aligned}
 \tag{18.1}$$

南から北に向かって圧力が減少する $p = f(y) = -cy$ のとき

$$\begin{aligned}
 -fv &= 0 & v &= 0 \\
 fu &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{c}{\rho_0} & \rightarrow & u = \frac{c}{f\rho_0}
 \end{aligned}
 \tag{18.2}$$

付図7 地衡風の方程式
 (「大気と海洋の科学」テキストより)

【8】 西岸強化

- ①語も現象も知っていた (3% : 青)
- ②語は知らなかったが現象は知っていた (10% : 緑)
- ③語は聞いたことがあった (ような気がする) が現象は知らなかった (16% : 黄)
- ④語も現象も知らなかった (71% : 赤)
- ⑤その他 (1% : 灰)

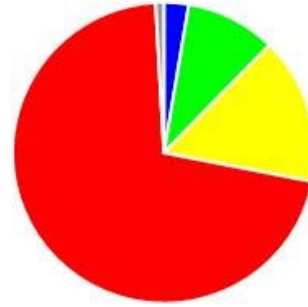
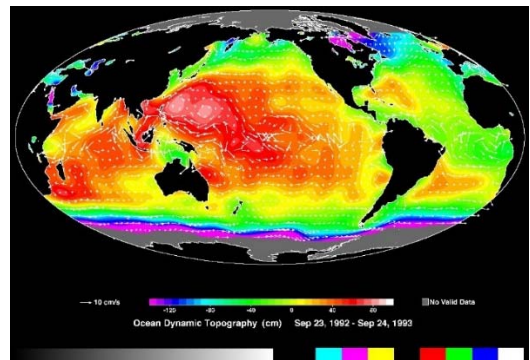


図8 西岸強化

■ 黒潮が速いことを知っている人は結構いるだろうと予想していましたが、西岸強化という基礎概念までは理解するチャンスがなかなかないのが現実のようです。ただし高校で地学を履修する場合は西岸強化を教わります。この現象は絶対渦度 (局所的な渦度と惑星渦度) の保存則によって説明されます。



付図8 世界の海流 <https://sealevel.jpl.nasa.gov/newsroom/pressreleases/index.cfm?FuseAction=ShowNews&NewsID=126>

本現象に限らず、大気や海洋では、実際の地形 (複雑な境界条件) との関係で決まる現象に満ち満ちているため理解を難しくすると同時に、尽きない興味を秘めています。

最後に、学生たちに繰り返したずねていますが、めったに本質を突いた答えが返ってこない質問で締めくくらせていただきます。「そもそも、大気や海洋が運動するのはなぜでしょうか？」