

土木工学者としてのミランコビッチの業績 に関する調査研究

京都大学工学研究科

細田 尚・岸田 潔・西藤 潤・白井 秀和

研究の目的

ミランコビッチの土木工学者・技術者時代の業績に関して、セルビア国ベオグラードにあるミランコビッチ協会において入手した資料、ミランコビッチの博士論文(ドイツ語)を英語で解説したFoceの論文、その他に収集した石積みアーチに関する最近の論文等を下に考察を行った。ここでは得られた成果を紹介する。

発表の構成

1. 研究の経緯
2. ミランコビッチの経歴の概要
3. 博士論文の概要
4. 最近の研究との比較
5. おわりに

1. 研究の経緯(1)

著者の一人である細田が2010年6月にベオグラード大学を訪問した時、偶然、ミランコビッチの土木工学者・技術者時代の業績に関する展示会が開催されていた。

ミランコビッチ・サイクルについての知識は持っていたものの、ミランコビッチと土木工学の関連については全く認識していなかったが、展示されていたパネルはいずれも興味深い内容であった。

2012年9月にベオグラードを再訪した際、ミランコビッチ協会ベオグラードを訪問し会長のSlavko Maksimovic氏から、経歴と業績をまとめた冊子”Milutin Milankovitch, A Traveler through Distant Worlds and Times”, および展示会パネルのスライドを含む多数の資料提供を受けることができた。

ВОДОТОРАЊ У ОСИЈЕКУ



Капуцинска улица у Осјеку

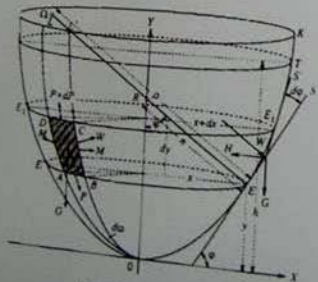
Торањ у Осјеку

„Главни град Славоније, у којем сам се школовао, био је леп и културна варош, али су му у том погледу недостајале две важне тековине модерне технике, водовод и канализација....

Мој пријатељ К. Чутуховић, радио је на дефинитивном пројекту водовода и канализације вароши. И ја сам се заинтересовао за тај пројект, већ и због тога што би то био леп посао за предузеће у којем сам се налазио. Зато му понудих своју помоћ, а он је радо прихватио. Између осталог, замоли ме да му израдим пројекат за високи торањ будућег водовода који би имао висину од 45 метара, а носио резервар од 1.000 кубних метара, тј. милион литара нијаве воде.

Пристигни изради тог пројекта. Основна мисао која ме при томе водила била је та да овом резервару, који сам замишљао било од гвожђа или армираног бетона, дадем онакав облик ротационе површине која, напуњена водом, подлеже у свим својим тачкама и пресецима једном те истом напону, једнаком дозвољеном напрузицу материјала”. Када је овај задатак решио, открио је да облик резервоара личи на изврнуто звоно и да је једначина, коју је извео за тогвог меридијански капи воде која, услед атхезије, висис на хоризонталној плочи.

Његово откриће аналогије између облика сиђушне капи воде и великог резервоара за воду Форхајмер, професор хидраулике на Техници у Грацу, уврстио је у свој уџбенике на Техници у Грацу, уврстио је радом на пројекту будућег резервоара водовода у Осјеку објављује у „Раду“ Југославенске академије знаности и уметности свој познати рад „О мембрама једног отпора”.



Водени капи предстала, бекле, цилиндри, али савршени модел још резервара завршени од милион литара

МОСТОВИ НА ДЕОНИЦИ „ТРАНСБАЛКАНСКЕ ПРУТЕ“ НИШ-КЊАЖЕВАЦ



У Деоници на мосту на Трансбалканској прути, 1922

Радио на Деоници у време отпочињања 1920. године, али су високи масти водни степен била тема у јуни 1921. године урочилом СДБФ за Деоници пруту, и потребним изазивањем и изборним критеријумом од 30 година Дугачи.

Прута је Деоници на мосту одбрана била и 23. новембра 1922. године урочилом у јунион саобраћају



Водомер на мосту на Трансбалканској прути, 1922

МОСТОВИ НА ДЕОНИЦИ „ТРАНСБАЛКАНСКЕ ПРУТЕ“ НИШ-КЊАЖЕВАЦ



На мосту Деоници у време отпочињања 1920. године, али су високи масти водни степен била тема у јуни 1921. године урочилом СДБФ за Деоници пруту, и потребним изазивањем и изборним критеријумом од 30 година Дугачи.

Мост на Деоници, на сли. 44-102, 90. 30. 1923



Облик мембра 30. и 31. сли. 44-102, 90. 30. 1923



図-1 ミランコビッチ協会ベオグラード会長
Slavko Maksimovic氏(右)とともに(2012年9月協会内で撮影)

研究の経緯(2)

資料内容を検討したところ、主要な業績として石積み構造物の安定性に関する理論解析があることが分かった。石積みアーチ構造物を中心に文献調査したところ、建築構造史の研究者であるFoceによるミランコビッチの博士学位論文“Beitrag zur Theorie der Druck-kurven”を解説した論文を発見し、土木工学者としてもミランコビッチが優れた業績を残していることを知った。

土木工学者・技術者時代のミランコビッチの業績について、我が国ではほとんど知られていない。そこで、京都大学工学研究科の土木工学関連の研究者数名が協力して、ミランコビッチの経歴と学問業績について取りまとめ、紹介するための活動を開始した。

石積み円形アーチ構造は安定か？

シテ島

ポン・ヌフ



撮影: 細田

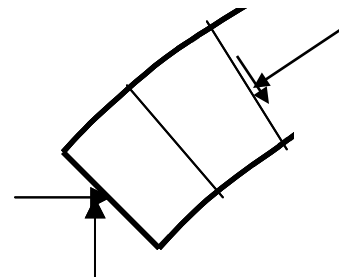
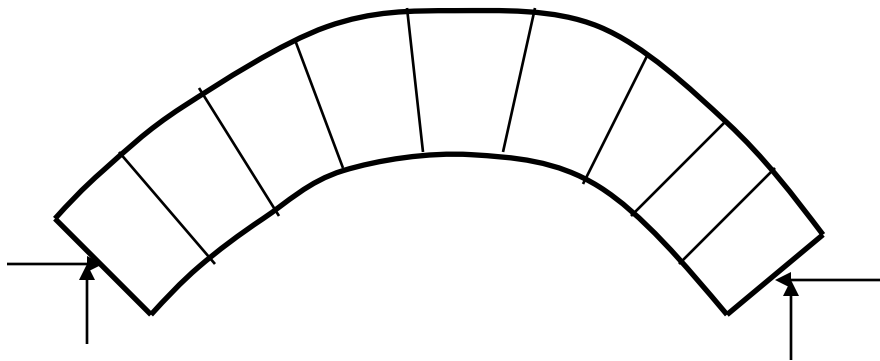
石積み円形アーチ橋は安定か？

石積アーチ橋. 世界中の古い橋に多い. 形状は円形が多い.



圧縮力を作用させれば
積木は落ちない可能性がある.

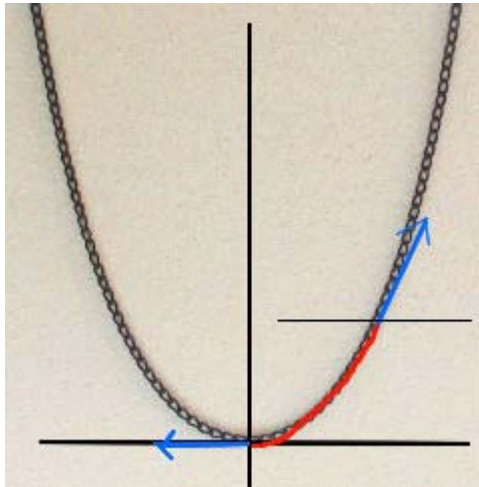
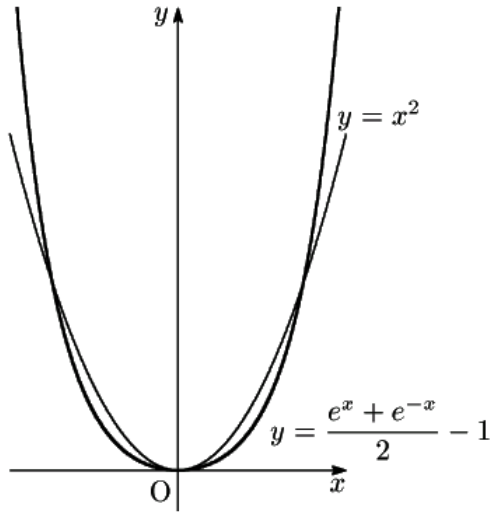
円形石積みアーチはいつも安定なのか？



ご存知 錦帯橋

Q. 錦帯橋の橋桁の曲線は何？

軸力しか発生しない厚さ無限小の紐または板の形状は？ → 懸垂曲線



懸垂曲線に似ているが厳密には少し違うらしい。

2. ミランコビッチの経歴の概要(1)

ミランコビッチの祖先はコソボ地区出身と言われているが、自身は1879年にDaljという当時オーストリアーハンガリー帝国領内にあったスラボニア地区の中心Osijek近くの小さな村で生まれた。ドナウ川河畔にあったようでドナウ川に親しんでいたようだ。

初等・中等教育を終えた後、オーストリアの首都ウィーンにあるウィーン工科大学に入学し土木工学を専攻した。1902年に最優秀の成績で卒業し、1904年に“Beitrag zur Theorie der Druck-kurven”と題する石積みアーチ構造物の理論解析に関する博士論文を完成させ、若干25歳で博士の学位を取得した。

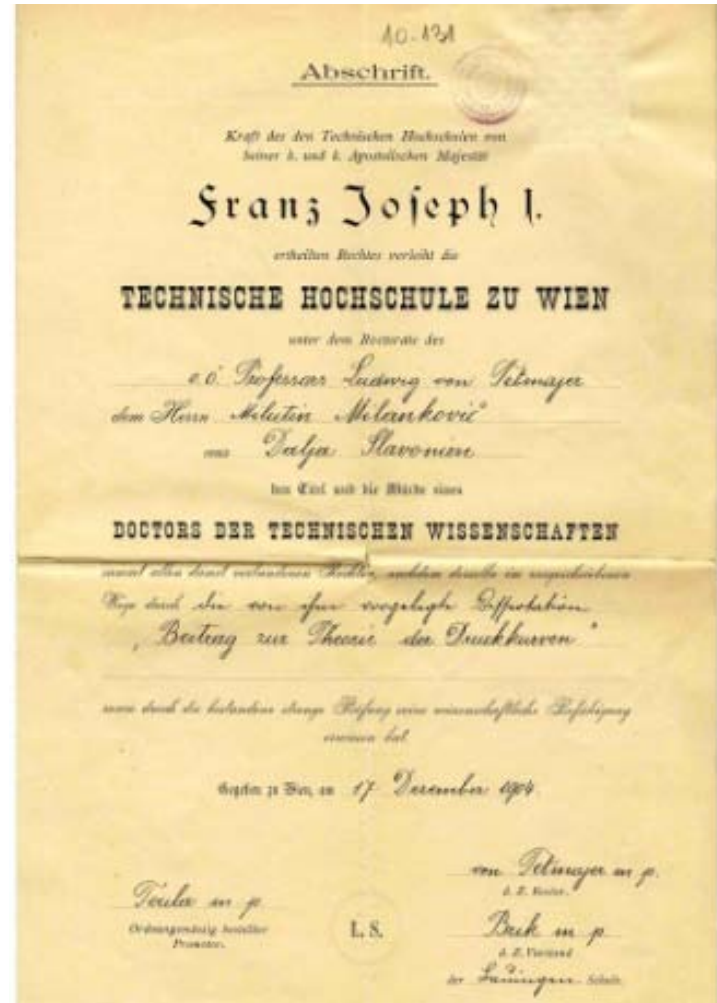


図-2 肖像写真と博士論文学位記(ミランコビッチ協会提供)

ミランコビッチの経歴の概要(2)

その後、1905年にウィーンにあるBaron Pittelというコンクリート構造設計施工会社に就職した。Baron Pittelでの5年の間に、水路橋、アーチ橋、ベオグラードの下水道システム等の建設事業に携わり顕著な業績を残すとともに、鉄筋コンクリート構造設計に関する5つの特許を取得した。

ミランコビッチは1909年に祖国のベオグラード大学から応用数学科の教授に就任するようにとの要請を受けた。その時の心境を彼は後年次のように述べている。

(最初、彼は土木工学教室の方に職はないかと問合わせたが、土木工学科の教授は“もっと修行してから来なさい”と言って断ったという笑い話、作り話がある(ベオグラード大学・イベティッチ教授談).)

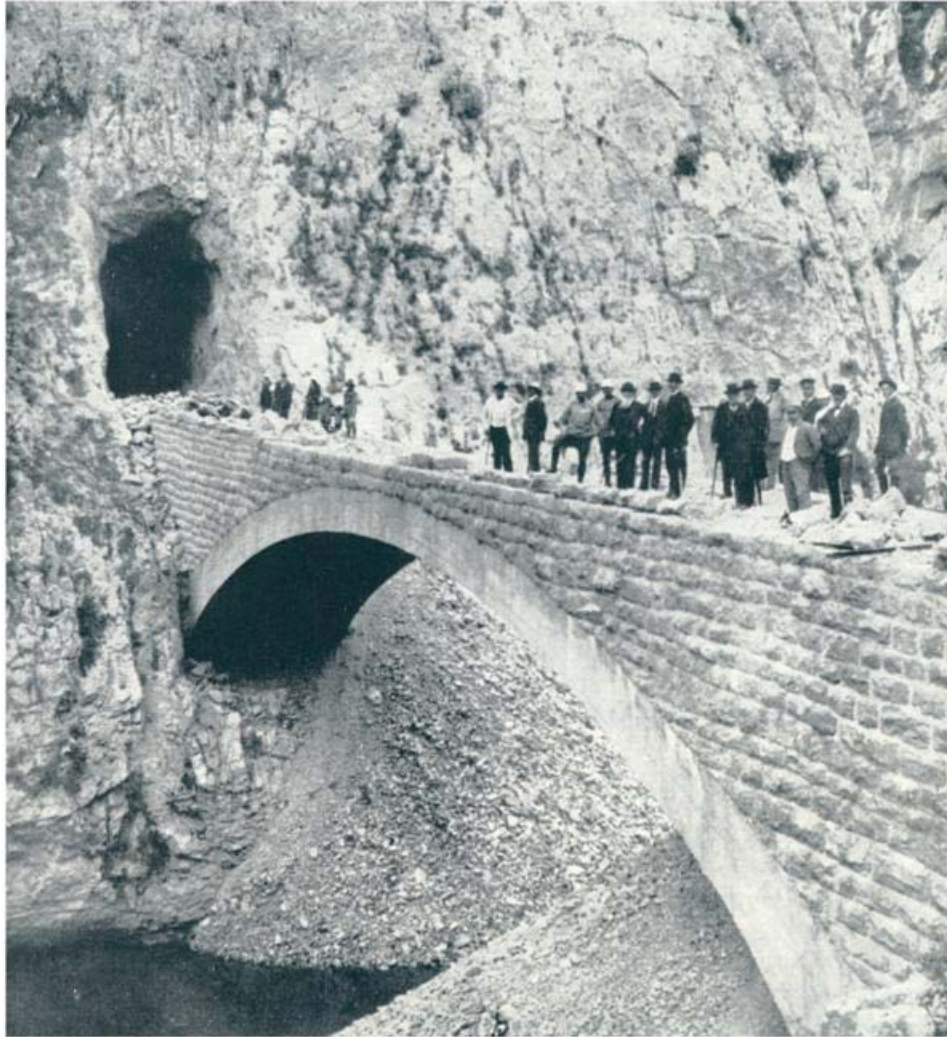


図-3 バルカン横断鉄道の鉄筋コンクリートアーチ橋
(ミランコビッチ協会提供)
(1915-1922)(ミランコビッチ協会提供)

Klasse 37 a.

KAIS. KÖNIGL.



Österreichische

PATENTSCHRIFT

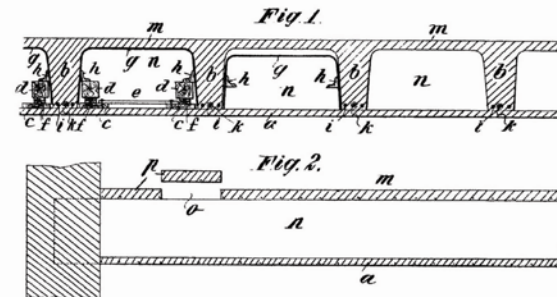
DR. MILUTIN MILANKOVIĆ

Verfahren zur Herstellung hohler Eisenbetondecke
Schablonen.

Angemeldet am 16. Juni 1908. — Beginn der P.

— 2 —

Schablonen geformte Oberplatte an jenen Stellen, wo sie nicht mehr als Druckgurt des Trägers bzw. der Decke zu wirken hat, weggelassen wird, um Aussparungen für die nachherige Entfernung der Schablonen zu schaffen, welche Aussparungen sodann durch Formstücke abgedeckt werden.



Druck von R. Spies & Co., Wien.

図-4 1910年に取得した鉄筋コンクリート構造に関する特許証明書(ミランコビッチ協会提供)

ミランコビッチの経歴の概要(3)

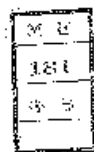
ベオグラード大学に移る時の心境

“I was enchanted with the very title of the Chair for Applied Mathematics. I always appreciated mathematics as a wonderful tool for solving the problems we face when studying nature and space, the extraordinary nature of which is best reflected in Celestial Mechanics and Theoretical Physics. And these two sciences were integral parts of my Chair.”

Association “Milutin Milankovitch”
Belgrade : *Milutin Milankovitch, A Traveler through Distant Worlds and Times*, 2008.

ベオグラード大学・応用数学科の教授に就任した後の、天体力学に関する偉大な業績はよく知られている。特に氷河期と間氷期の周期を理論的に計算した研究は著名であり、その周期はミランコビッチ・サイクルと呼ばれている。

気候変動に関する業績については、ミランコビッチ自身がまとめた大著が残されており、その和訳も右に示すとおり出版されている。



ミランコヴィッチ
**気候変動の天文学理
と
氷河時代**

柏谷 健二
山本 淳之
大村 誠 訳
福山 薫
安成 哲三

古今書院

地球の科学

ひらめきと執念で拓いた

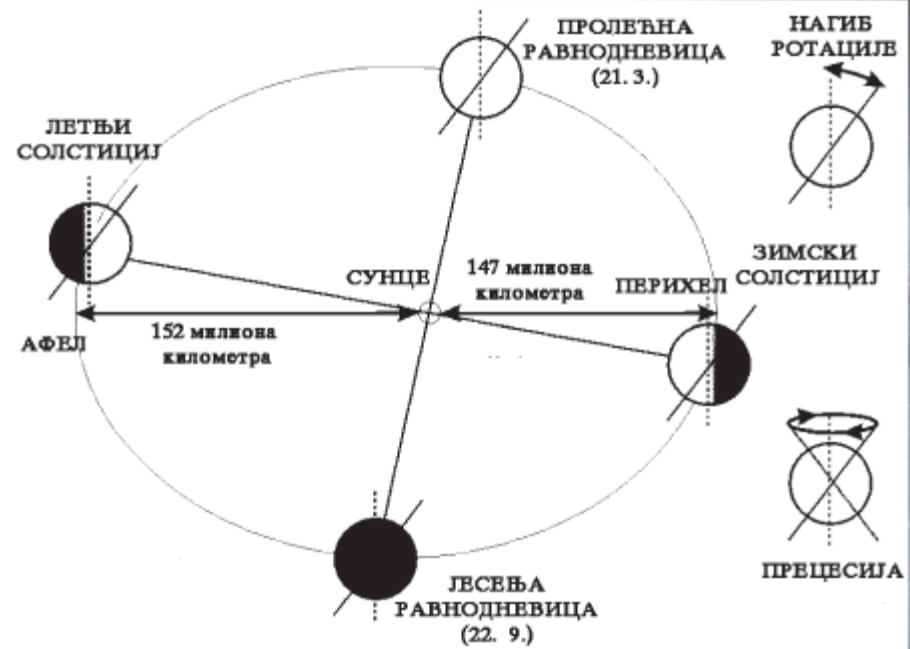


ウエゲナー
寺田英彦
ミルチン・ミランコビッチ

Newton

竹内均・知と感銘の世界

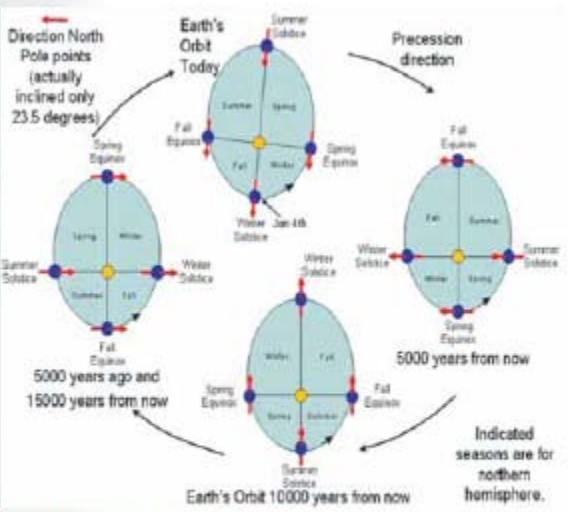
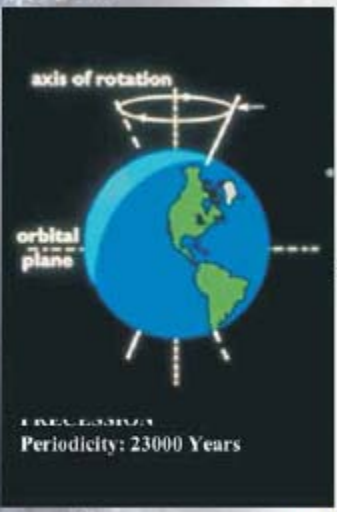
TRAVELER THROUGH DISTANT WORLDS AND TIMES



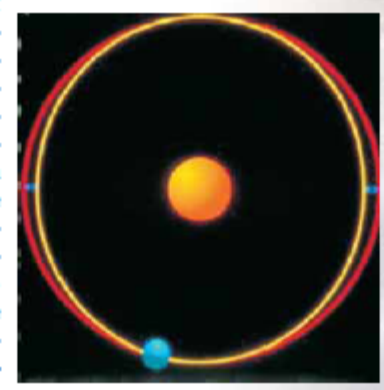
Садашњи положај тачака солстицијума (летњи, 21. јун; зимски, 21. децембар) и равнодневица (пролећна, 21. март; јесења, 22. септембар) на орбити Земље око Сунца на северној хемисфери, нагиб осе ротације Земље и прецесија

Present position of the solstice points (summer, 21 June; winter 21 December) and equinox points (vernal 21 March; autumn 22 September) on the Earth orbit around the Sun in the northern hemisphere; obliquity of the Earth's rotation axis and precession

Association "Milutin Milankovitch"
Belgrade : *Milutin Milankovitch, A Traveler through Distant Worlds and Times*, 2008.



живом **Миланковићеви** **циклуси**, јер је он одредио њихову периодизацију. Ова три циклуса доводе до промена у сезонској и просторној расподели Сунчевог зрачења које доспева до Земљине површине, условљавајући тиме контрасте између сезона. Ово повремено повећање или слабење Сунчеве радијације директно утиче на климат-

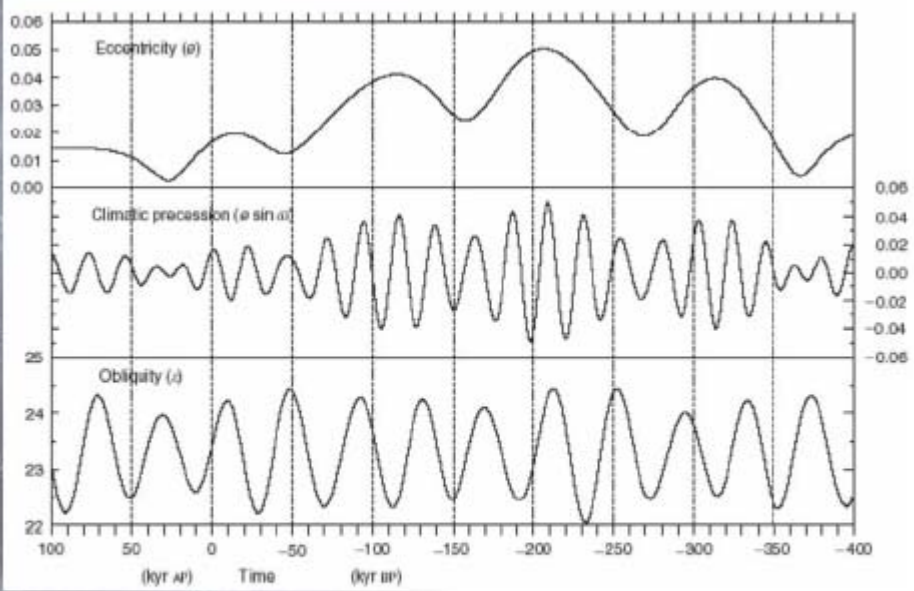


changes in the seasonal and spatial distribution of the solar radiation that reaches the Earth's surface, thus causing contrasts between seasons. This sporadic increase or decrease in solar radiation directly influences the climate system of the Earth, that is, the extension or recession of icebergs on Earth.

Шематски приказ ексцентрицитета. Облик пугање Земље око Сунца према Миланковићу мења се у циклусима од 100.000 година (Извор: Pias and Imbrie, 1986/1987)

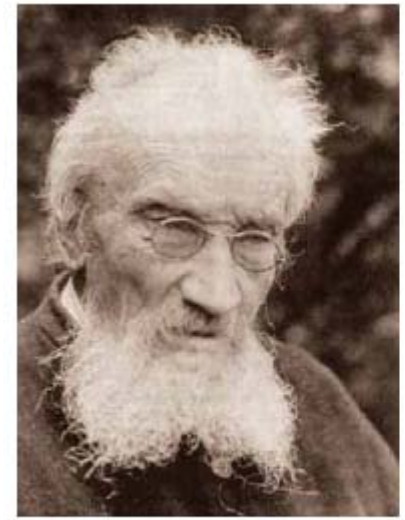
Schematic presentation of eccentricity. According to Milankovitch, the shape of the Earth's orbit around the Sun changes in cycles of 100,000 years (Source: Pias and Imbrie, 1986/1987)

Прецесија тачке равнодневице
(садашњи положај и будући положај кроз 5, 10 и 15 хиљада година)
Precession of the equinox points
(present position and future position in 5, 10 or 15 thousand years)



Миланковићеви циклуси за протекли период од 400.000 година и за наредни период од 100.000 година
Milankovitch's cycles for the past period of 400,000 years and future period of 100,000 years

Milutin Milankovitch, A Traveler through Distant Worlds and Times



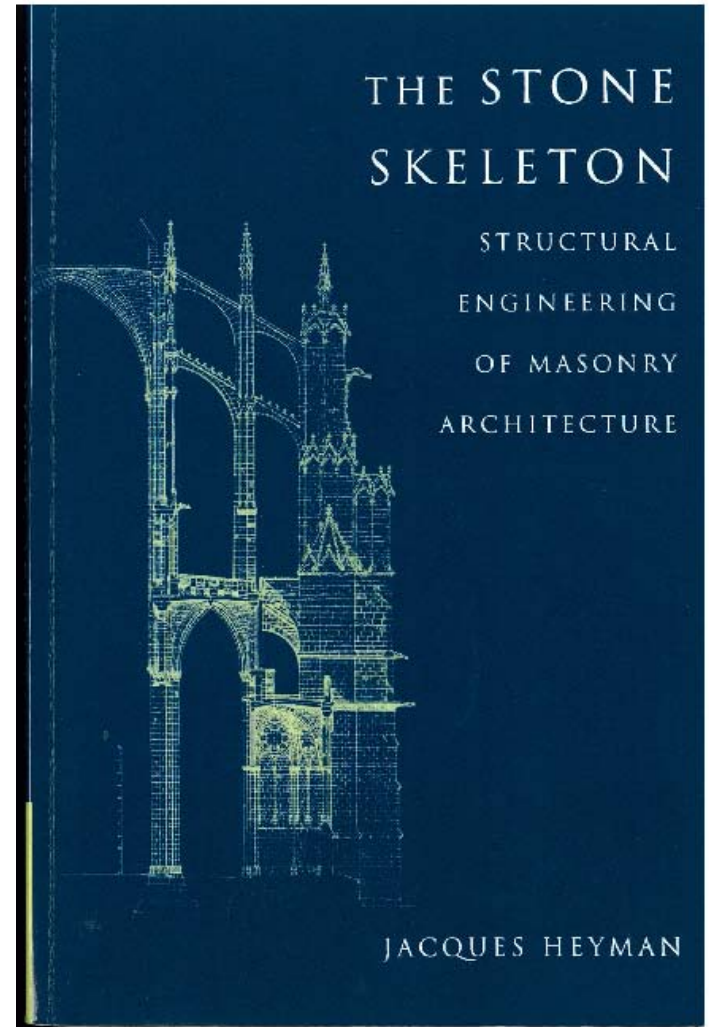
Владимир Кепен (1846-1940) (лево) и Алфред Вегенер (1880-1930) (десно)
Wladimir Koppen (1846-1940) (left) and Alfred Wegener (1880-1930) (right)

大陸移動説のウエゲナーとも個人的な繋がりがあったと言われている。

3. 博士論文の概要(1)

石積み構造物の安定性に関するミランコビッチの博士論文はドイツ語で記述されていることや後年の天体力学分野の業績とは内容が大きく異なるため長らく知られていなかったようである。

そのため、この分野で先駆的な役割を果たしてきたCambridge大学のHeyman教授の多くの著作の中でも引用されていない。



博士論文の概要(2)

イタリアの建築構造史家であるFoceによる博士論文の解説と評価が2007年にNexus Network Journalに掲載された。

これにより、最近になって円形アーチの安定性に関してHeymanやCocchetti, Colasante & Rizzi (以後CCR)の研究とミランコビッチの理論を比較した論文等が現われるようになってきた。

Federico Foce

Dipartimento di Scienze per
l'Architettura
Università degli Studi di Genova
Stradone S. Agostino 37, 16123
Genova, ITALY
fedefoce@arch.unige.it

Keywords: Milutin Milankovitch,
masonry construction, arch theory,
history of structural mechanics,
masonry arch, line of thrust

Research

*Milankovitch's Theorie der
Druckkurven:
Good mechanics for masonry
architecture*

Abstract. During the nineteenth century many studies on the theory of the thrust line were written in connection with the stability of masonry structures. However, a general treatment of the theory of the thrust line from both a mechanical and mathematical point of view may be found only in the contributions of the Serbian scholar Milutin Milankovitch, published between 1904 and 1910 and substantially unknown to the historians of mechanics applied to architecture. This paper aims at presenting Milankovitch's theory and discussing its improvements with respect to the previous literature on the subject.

Why good mechanics for masonry architecture?

There are different reasons for putting this question with respect to Milutin Milankovitch's contribution on the theory of the line of thrust applied to masonry vaulted structures. From our modern point of view, the result of Heyman's lesson, the first reason concerns his methodological approach. When Milankovitch discussed his doctoral thesis, *Beitrag zur Theorie der Druckkurven* [1904], (Fig. 1) at the Technische Hochschule in Vienna in 1904 and then published the two papers in the *Zeitschrift für Mathematik und Physik* [1907a, 1910],¹ the application of elastic theory to masonry and stone structures was a well-established trend. Starting from the 1870s the old tradition of studies based on the model of the arch as a system of rigid and infinitely resistant voussoirs was rapidly abandoned and the "new theory" of the elastic arch became the official tool of the structural engineer, as well as for systems and materials that only with difficulty obeyed the classical hypotheses of the mathematical theory of elasticity. This new attitude, a product of the times as well, was the inevitable result of nineteenth-century progress in structural mechanics related to the great development of the general methods for the analysis of hyperstatic elastic systems.

Milankovitch takes his distance from this official trend. He obviously knows that the only rational way for solving a statically indeterminate system requires adopting the elastic approach, that is, using the complete set of equilibrium, compatibility and stress-strain equations in order to determine the actual state of the system. His purpose, however, is not to search for the actual state of the arch. His interest is focussed on a general theory of the equilibrium of masonry structures and for this aim there is no need to take the elastic approach. It is sufficient to assume some basic hypotheses concerning the mechanical behaviour of masonry materials and to state the equilibrium equations in accordance with them. Now, these hypotheses are essentially three: 1) masonry has no tensile strength; 2) its compressive strength is practically infinite in comparison with the stresses occurring in real structures; 3) friction is large enough to prevent sliding between masonry elements.

博士論文の概要(3)

ミランコビッチは、剛体を仮定した線上アーチ構造内を通る力の作用線をできるだけ厳密に計算する理論式を導いている。その力の作用線が構造内にあることが構造が安定であることの必要条件であると考えた。(このような考えは古くからあったと思われる。)

$$\overline{\Omega G} = \rho + \frac{\delta^2}{12\rho}$$

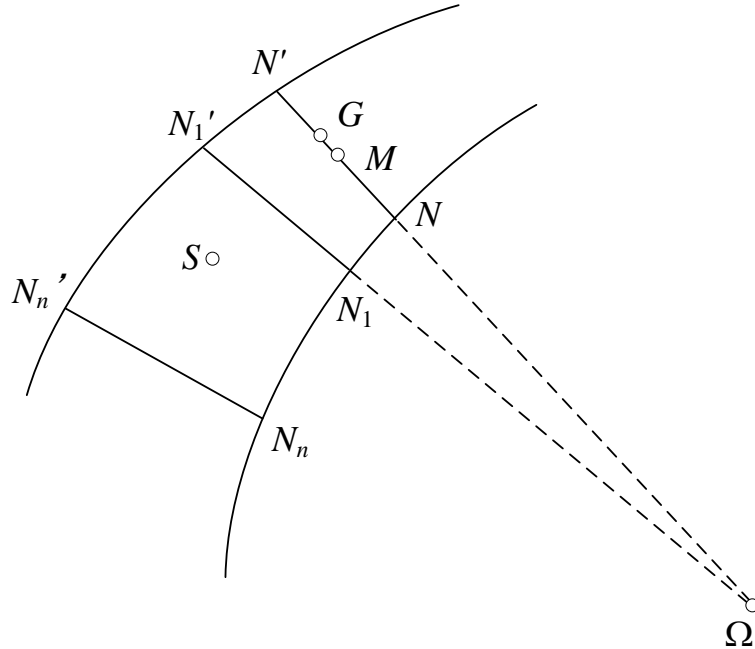


図-5 アーチ断面の中心と微小要素の重心位置の関係

$$Vdx - Hdy - g\beta\delta\left(\frac{\delta^2}{12\rho} + \xi\right)\sin\varphi\rho d\varphi$$

$$- p\left(\frac{\delta}{2} + \xi\right)\sin(\varphi - \varepsilon)de - q\left(\frac{\delta}{2} - \xi\right)\sin(\varphi - \eta)di = 0$$

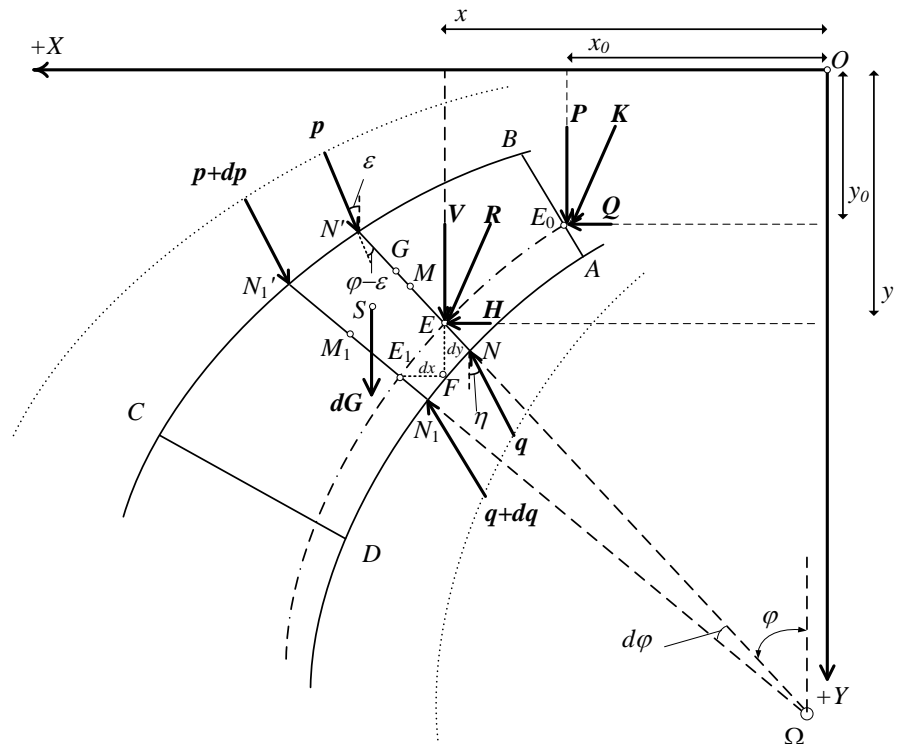


図-6 ミランコビッチが作用線理論の導出に用いた概念図

厚さが一定の円形アーチ内の力の作用線を計算する理論式

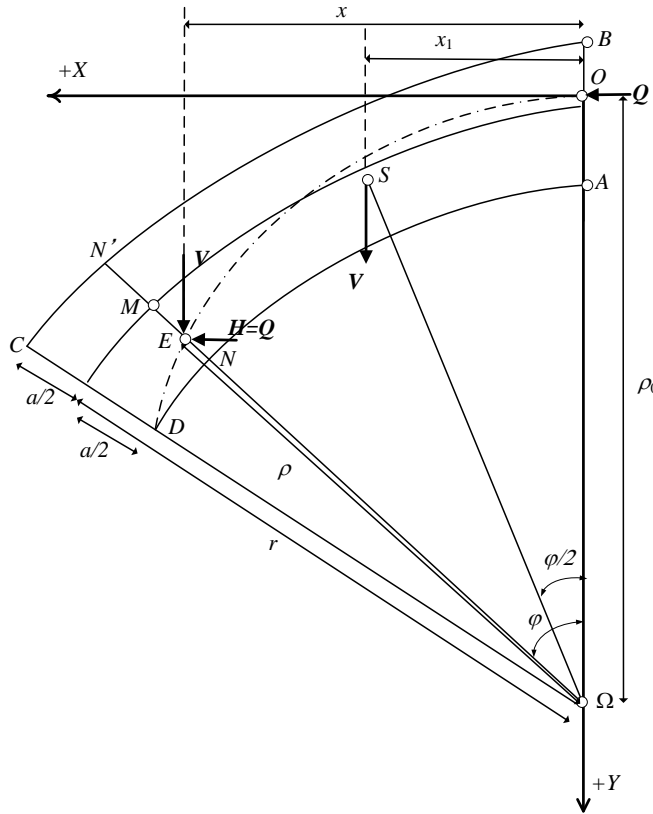


図-7 厚さが一定の円形アーチ内の力の作用線

$$V = P + g\beta \int_{x_0}^x \delta\rho d\varphi$$

$$+ \int_{x_0}^x p \cos \varepsilon de - \int_{x_0}^x q \cos \eta di$$

$$H = Q - \int_{x_0}^x p \sin \varepsilon de + \int_{x_0}^x q \sin \eta di$$

$$\frac{V}{H} - \frac{dy}{dx} = \frac{1}{H} \left[g\beta\delta\rho \left(\frac{\delta^2}{12\rho} + \xi \right) \sin \varphi \frac{d\varphi}{dx} \right. \\ \left. + p \left(\frac{\delta}{2} + \xi \right) \sin(\varphi - \varepsilon) \frac{de}{dx} \right. \\ \left. + q \left(\frac{\delta}{2} - \xi \right) \sin(\varphi - \eta) \frac{di}{dx} \right]$$

$$\rho = \frac{\rho_0 Q + \frac{1}{6} a(a^2 + 12r^2) \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{ar\varphi \sin \varphi + Q \cos \varphi}$$

4. 最近の研究との比較

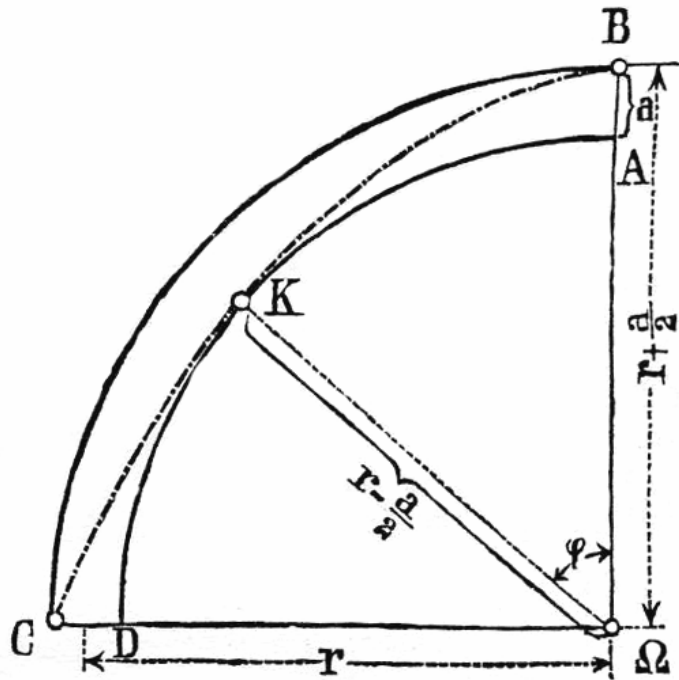


図-8 安定な最小厚さを有する円形アーチとその中の力の作用線の関係(Foceの論文のFig.7)

ミランコビッチはこのようなタイプの破壊形式を仮定している。実線で表された力の作用線が構造物内にあることが安定性の必要条件である。

極限解析

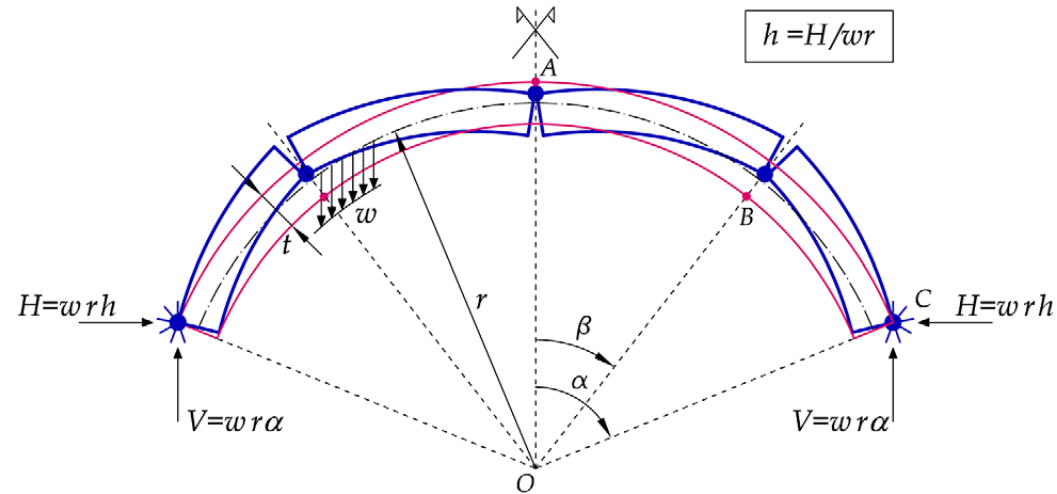


図-9 石積み円形アーチの破壊モード (CCRの論文のFig.2)

Heyman, CCR,およびMilankovitch理論の比較

Cocchetti, G., Colasante, G. and Rizzi, E.: On the analysis of minimum thickness in circular masonry arches, *Applied Mechanics Reviews*, ASME, Vol.64, 050802.1-26, 2011.

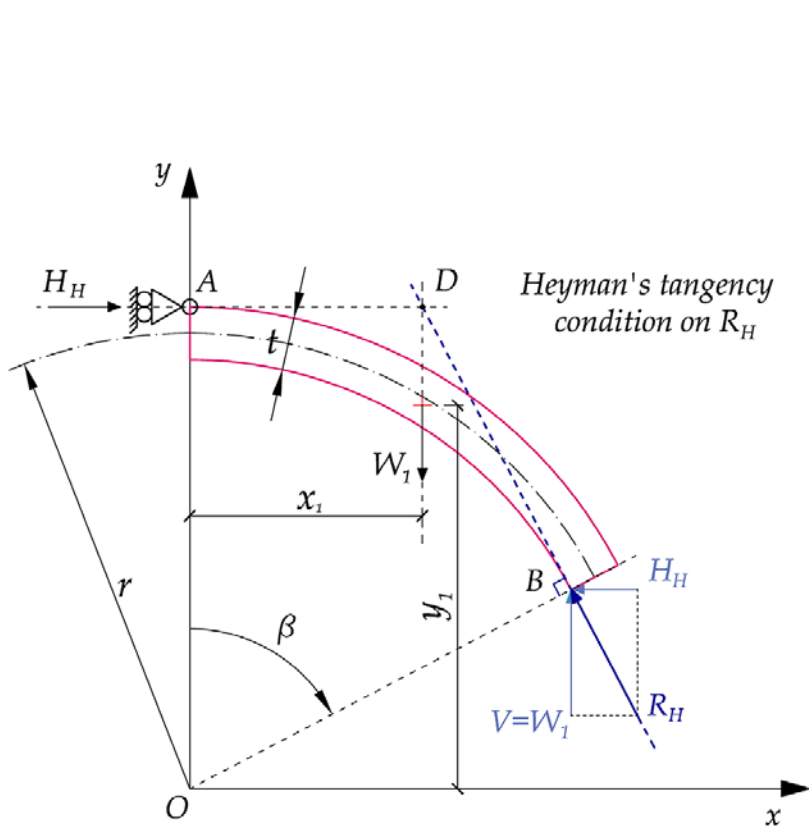


図-10 B点における力の接線条件 (CCRの論文のFig.4)

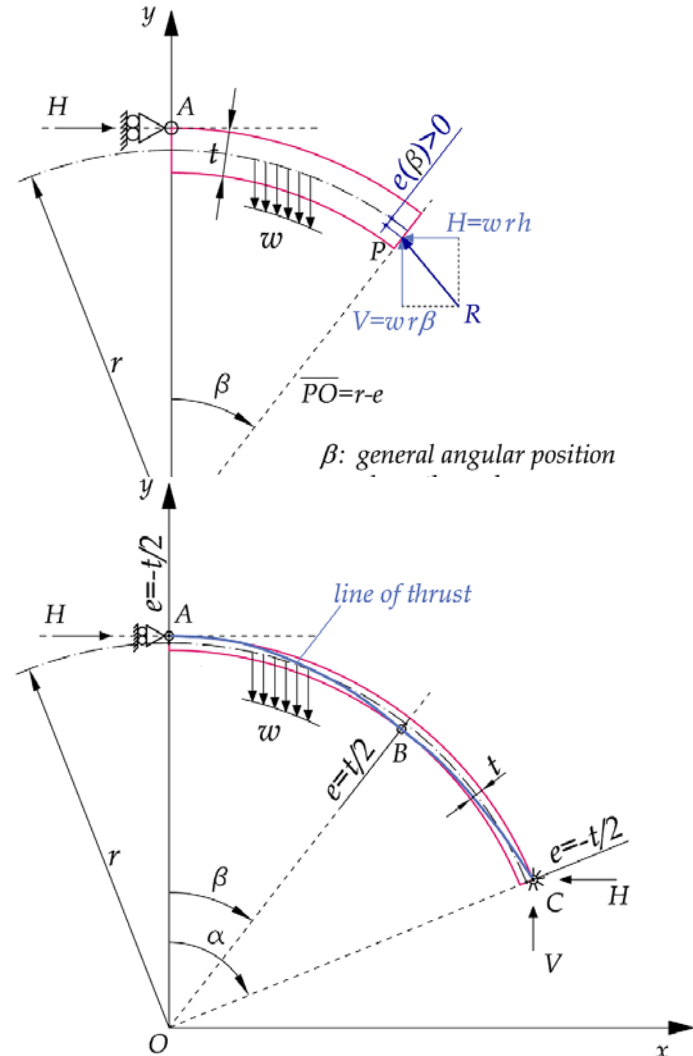


図-11 CCRの解析の概念図 (CCRの論文のFig.9, 10)

Rizzi, E., Cocchetti, G., Colasante, G. and Rusconi, F.: Analytical and numerical analysis on the collapse mode of circular masonry arches, *Advanced Materials Research*, Vol.133-134, 467-472, 2010.

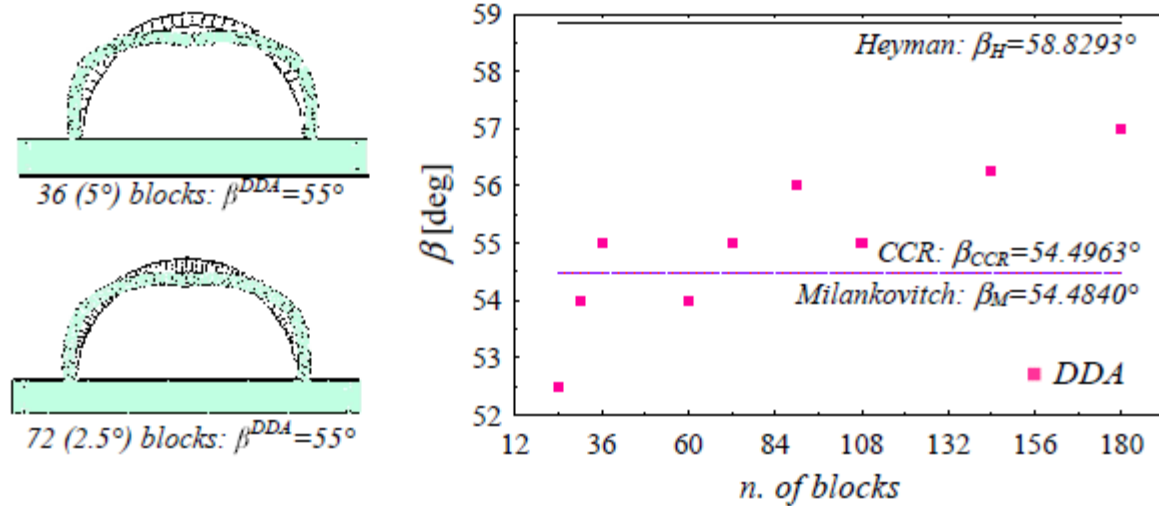


Figure 3: DEM (DDA) numerical results for a full semi-circular arch ($\alpha=90^\circ$) made with variable number of blocks, with comparison to Heyman, CCR and Milankovitch solutions. Angular position of the haunch hinge β

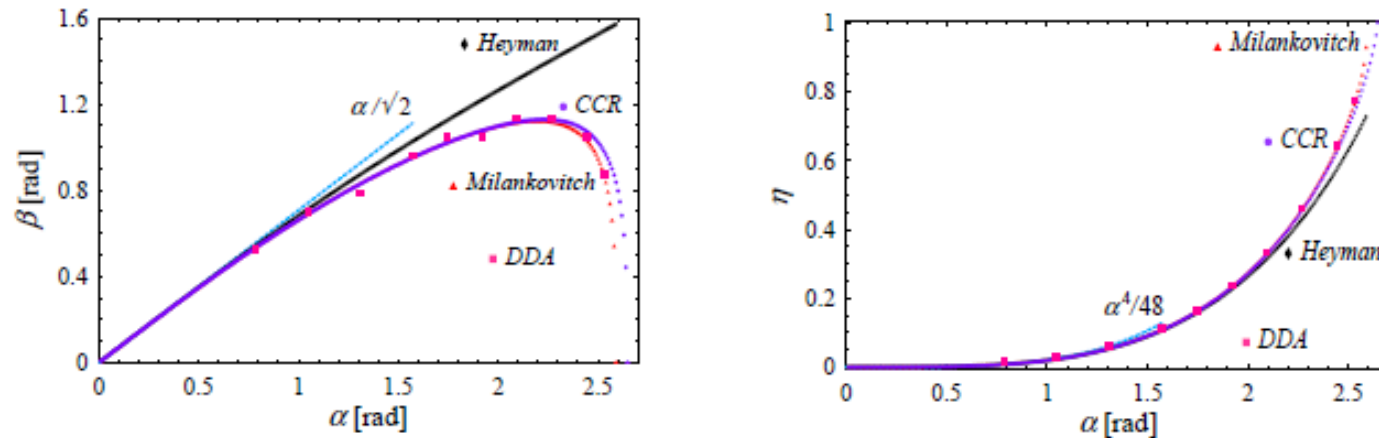


図-12 Heyman, CCR, ミランコビッチ理論及びDDA解析結果の比較⁹⁾(上:破壊角,下:無次元厚さ)

5. おわりに

ミランコビッチが土木工学者・技術者時代に行った石積み構造物に関する研究業績について、入手した資料や最近の論文をもとに調査・検討した結果を要約した。

本質的に重要な効果は複雑であったとしても厳密に取り扱おうとするミランコビッチの研究姿勢が、後年の天体力学と気候変動研究分野での偉大な研究成果に繋がったように思われる。

今後、本研究で取り扱った円形アーチ以外に、例えば尖塔アーチ形状におけるミランコビッチ理論の優越性や弾塑性曲り梁理論との比較検討等を継続して行いたい。

Audenaert, A., Reniers, G., Dullaert, W. and Peremans, H.:
 Evaluation of the limit load capacity of masonry arch bridges,
WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics,
 Issue 4, Volume 4, 137-146, Oct. 2009.

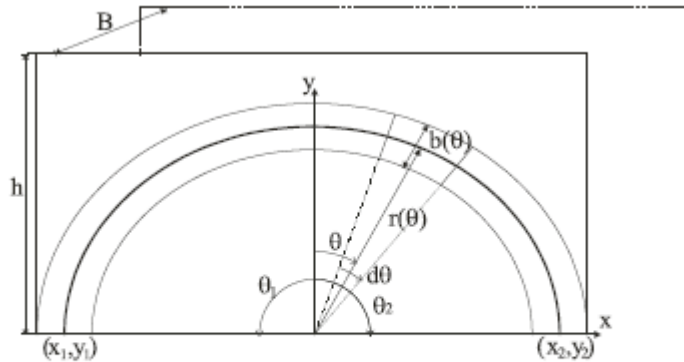


Figure 1: Definition of the geometrical parameters of an arch in function of θ

参考：弾塑性梁としての解析

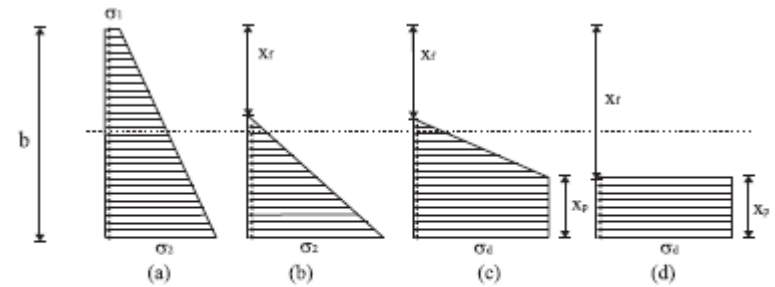


Figure 7: Evolution of the distribution of stress as the pressure load is increased from (a) to (d).

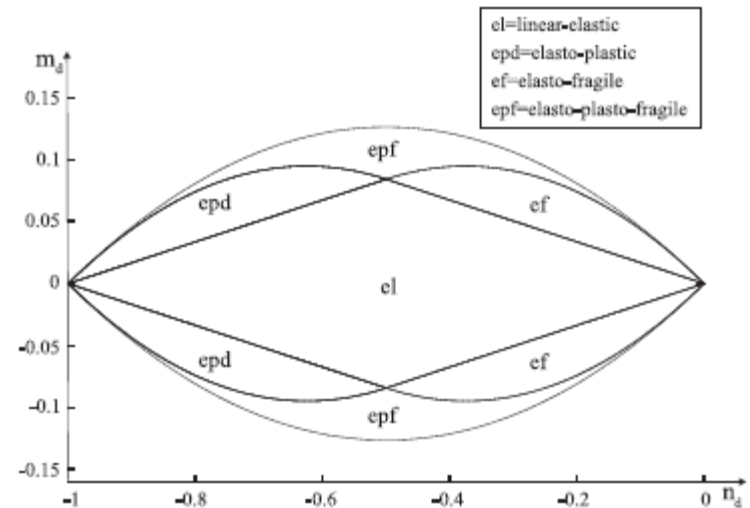


Figure 8: Envelope of the distribution of stress